סימולציות פיזיקליות עם קומסול

COMSOL Multiphysics

מדריך מעשי למתחילים

יסודות המידול הפיזיקלי ויישומים בהנדסה

חמש מעבדות מודרכות עם צילומי מסך, דוגמאות ותרגילים

ד״ר נצח בלל

29 באוקטובר 2026

הנחיות ללימוד ולעבודה עם המדריך

המדריך מיועד למתחילים בסימולציות פיזיקליות. הוא מציג את הקשר בין המשוואות המתארות תופעה פיזיקלית, הגדרות המודל בתוכנה והתוצאות המחושבות. נדרשת היכרות בסיסית עם פיזיקה, נגזרות, אינטגרלים ויחידות מידה; לא נדרש ניסיון קודם ב־COMSOL. מומלץ לעבוד בתוכנה לצד החוברת ולבנות כל מודל באופן עצמאי לפני פתיחת הקובץ הפתור.

הלימוד מתחיל במודל של הולכת חום, שאפשר להשוות לפתרון אנליטי פשוט. לאחריו נבנה מודל של קבל אידאלי ומודל של לולאת זרם היוצרת שדה מגנטי. במודל הלולאה נבדוק את השפעת רשת החישוב וגודל תחום האוויר, ונשווה את השדה המחושב לפתרון המתקבל מחוק ביו־סבר. בהמשך ננתח קירור של כדור כתלות בזמן ונשלב הולכה חשמלית ומעבר חום במודל של חימום ג׳אול. הפרויקט המסכם עוסק בבחירת מתח הפעלה על סמך התוצאות, אי־הוודאות בנתוני הקלט ומגבלות המודל.

לפני החישוב

הגדירו את הגודל הפיזיקלי המבוקש ואת יחידותיו, והעריכו את התוצאה הצפויה. הכינו שרטוט של הגאומטריה ותנאי השפה.

במהלך בניית המודל

בדקו את שם הצומת שנבחר ואת כותרת חלון ההגדרות. לאחר כל שלב ודאו שההגדרות והבחירה הגאומטרית תואמות להוראות.

לאחר קבלת הפתרון

הפיקו ערכים מספריים וגרפים לאורך חתכים, בדקו מאזנים ורגישות, ונסחו מסקנות בהתאם להנחות המודל. מפת צבעים לבדה אינה מספיקה לאימות התוצאות.

צילומי המסך במדריך

הצילומים נלקחו מתוך מודלי ההוראה ב־COMSOL Multiphysics 6.4. חלקם נחתכו כדי להגדיל את הפרטים הרלוונטיים. באיורים המסומנים A/B/C מוצגים מקטעים מאותו צילום; ערכי הקלט והתוצאות לא שונו. בעת העבודה יש להיעזר בשם הצומת, בביטוי וביחידות המוצגות. מיקום הכפתורים וסרגלי הכלים עשוי להשתנות בין גרסאות ובין מערכות ההפעלה macOS ו־Windows.

הגרפים המסומנים ״פתרון ייחוס אנליטי״ חושבו מן הנוסחאות המופיעות בטקסט. תמונות התוצאות המסומנות COMSOL והטבלאות הנומריות מבוססות על המודלים שנפתרו בתוכנה. התאמה לפתרון ייחוס מאמתת את החישוב בתנאים שהוגדרו; היא אינה מוכיחה שהמודל מתאים לכל מערכת ממשית. לדוגמה, ההפרש בין הפתרונות במרכז הלולאה אינו מייצג בהכרח את ההפרש בכל תחום החישוב.

לחוברת מצורפים קובצי מודל בפורמט MPH, קוד מקור ב־Java ונתונים בפורמט CSV. פתיחת המודלים דורשת התקנה ורישיון מתאימים; זמינות הממשקים תלויה ברכיבי הרישיון. זהו מדריך עצמאי, שאינו קורס רשמי של היצרן. COMSOL ו־COMSOL Multiphysics הם סימנים מסחריים רשומים של COMSOL AB.

תוכן העניינים

הנחיות ללימוד ולעבודה עם המדריך	**1**
1 יסודות המידול והעבודה בתוכנה	**4**
2 מעבדה מודרכת: הולכת חום בפס מלבני	**10**
3 מעבדה: שדה חשמלי וקבל אידאלי	**18**
4 מעבדה: השדה המגנטי של לולאת זרם	**24**
5 מעבדה: קירור גוף כתלות בזמן	**31**
6 מעבדה: חימום ג׳אול וצימוד פיזיקלי	**37**
7 אימות התוצאות, בדיקות רגישות ופרויקט מסכם	**42**
8 פתרון תקלות, מילון מושגים ומקורות	**48**

רשימת האיורים

1 שלוש חלוניות העבודה 5
2 טבלת הפרמטרים 6
3 תנאי הטמפרטורה בקצה החם 13
4 רשת המלבן והגדרותיה 14
5 מפת הטמפרטורה בפתרון החום 15
6 אינטגרל הספק החום היוצא 15
7 תנאי הפוטנציאל בקבל 20
8 פוטנציאל ושדה חשמלי בקבל 21
9 תחום האוויר וחתך החוט 26
10 מקור הזרם האזימוטלי 27
11 רשת מוגדלת סביב חתך החוט 28
12 מפת השדה וקווי השדה המגנטי 29
13 השדה על הציר מול נוסחת הייחוס 30
14 זמני שמירת התוצאות בתהליך הקירור 35
15 עקומת הטמפרטורה הממוצעת שהופקה מן הפתרון השמור ב־COMSOL, עד $600\,\mathrm{s}$. יש להשוות את המגמה ואת הערכים לנוסחת הייחוס. 35
16 פתרון ייחוס אנליטי בקירוב הטמפרטורה האחידה, עבור $\tau = 162\,\mathrm{s}$. זהו גרף מחושב מן הנוסחה, ולא צילום מסך של פתרון COMSOL. 36
17 מקור החום הנובע ממעבר הזרם 39
18 מפת הטמפרטורה במודל ג׳אול שנפתר בפועל ב־COMSOL. שיא הטמפרטורה נמצא במרכז הפס, ושני קצותיו מוחזקים באותה טמפרטורה. 40
19 עקומות ייחוס אנליטיות בשלושה מתחים. בתנאי המצב המתמיד כל ההספק הנוצר בפס מועבר החוצה דרך קצותיו, המוחזקים בטמפרטורה קבועה. 41

1 יסודות המידול והעבודה בתוכנה

1.1 ניסוח הבעיה ובחירת הממשק הפיזיקלי

בתחילת הלימוד רצוי לבחור מודל פשוט, שאפשר לבדוק את תוצאותיו בחישוב ידני. נתחיל בשאלה ״מה הטמפרטורה לאורך פס המחבר בין קצה חם לקצה קר, ומהו הספק החום העובר בו?״. נחשב שני גדלים מסוגים שונים: שדה מקומי, $T(x,y)$, וגודל כולל, הספק בוואט. הפקת שני הגדלים דורשת פעולות שונות בתוכנה. נציג מפת טמפרטורה, נבחן את התפלגות הטמפרטורה לאורך קו חתך ונחשב את ההספק באמצעות אינטגרל.

לפני תחילת העבודה תארו בקצרה את הגוף, את תנאי הסביבה ואת דרך הבדיקה של התוצאות. עבור הפס, הגוף אחיד; שני קצותיו מוחזקים בטמפרטורות נתונות; והתוצאות יושוו לפתרון אנליטי שבו הטמפרטורה משתנה באופן ליניארי לאורך הפס. כאשר ההנחות ברורות, אפשר לזהות אם התוכנה פתרה את הבעיה שהתכוונתם לפתור.

דוגמה להגדרת מטרת המודל

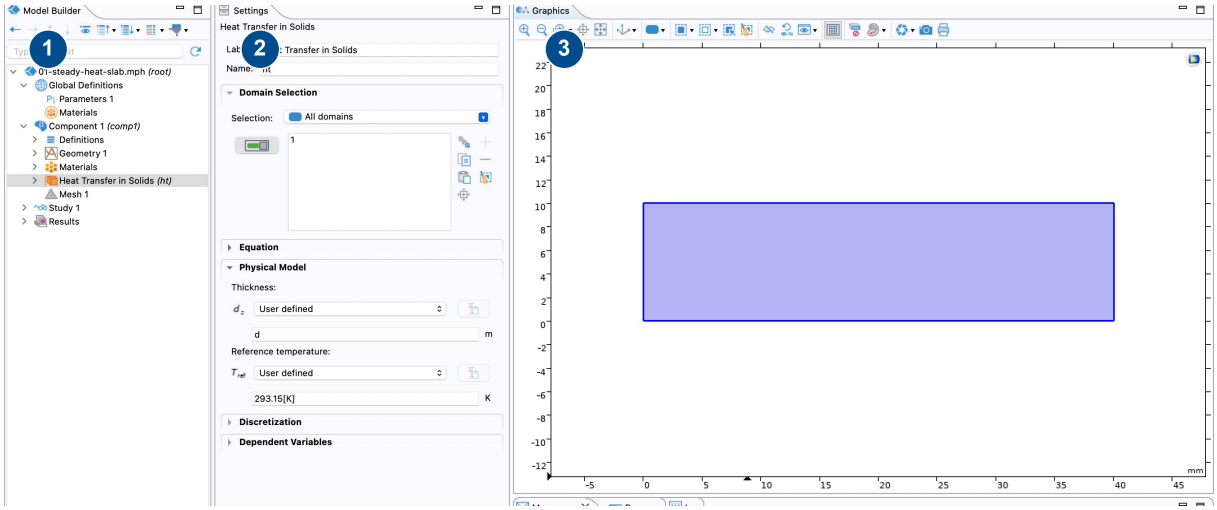
כתבו: ״אני מחשב את הטמפרטורה ואת ההספק בפס אחיד, במצב מתמיד, כאשר טמפרטורות הקצוות מוכתבות והצדדים מבודדים. אבדוק את התוצאה באמצעות גרף טמפרטורה לאורך הפס, חוק פורייה ומאזן ההספק״. שינוי בהנחות אלה עשוי לחייב שינוי בהגדרות המודל.

בחירת ממד המודל מבוססת על הנחות פיזיקליות. 2D מישורי מתאר חתך שבו מזניחים את השינוי בכיוון השלישי, ומשתמשים בעובי מתאים כדי לפרש גדלים כוללים. 2D Axisymmetric מתאר חתך של גוף בעל סימטריה סיבובית סביב ציר; הוא מתאים רק כאשר הגאומטריה, החומרים והעירור אינם תלויים בזווית הסיבוב. לא כל אנטנה סימטרית מתאימה למודל צירי; יש לבדוק גם את תלות העירור בזווית. בדוגמת לולאת הזרם שבהמשך נשתמש בסימטריה סיבובית, ואילו במודל הולכת החום נבחר 2D רגיל.

1.2 יצירת מודל חדש והיכרות עם סביבת העבודה

בחרו File > New > Model Wizard. בחרו 2D, חפשו Heat Transfer in Solids (ht), הוסיפו אותו באמצעות Add, ועברו לשלב הגדרת הניתוח, Study. בחרו ניתוח במצב מתמיד, Stationary, ולחצו Done. שמרו את הקובץ בתיקיית תרגול חדשה בשם `heat_slab_baseline.mph`. בחירת סוג הניתוח אינה מפעילה את החישוב; בשלב זה מוגדר מבנה המודל בלבד.

אם הממשק אינו מופיע, בדקו את רכיבי התוכנה המותקנים והזמינים ברישיון. אין לבחור ממשק בעל שם דומה רק כדי להמשיך: לממשקים שונים עשויות להיות משוואות ותנאי שפה שונים. ב־macOS וב־Windows מיקום התפריטים אינו תמיד זהה; לכן כדאי לזהות את הפעולות לפי שמות הצמתים והחלונות.



איור 1: סביבת העבודה: (1) עץ Model Builder; (2) חלון Settings; (3) חלון Graphics. ההגדרות המוצגות שייכות לצומת שנבחר בעץ.

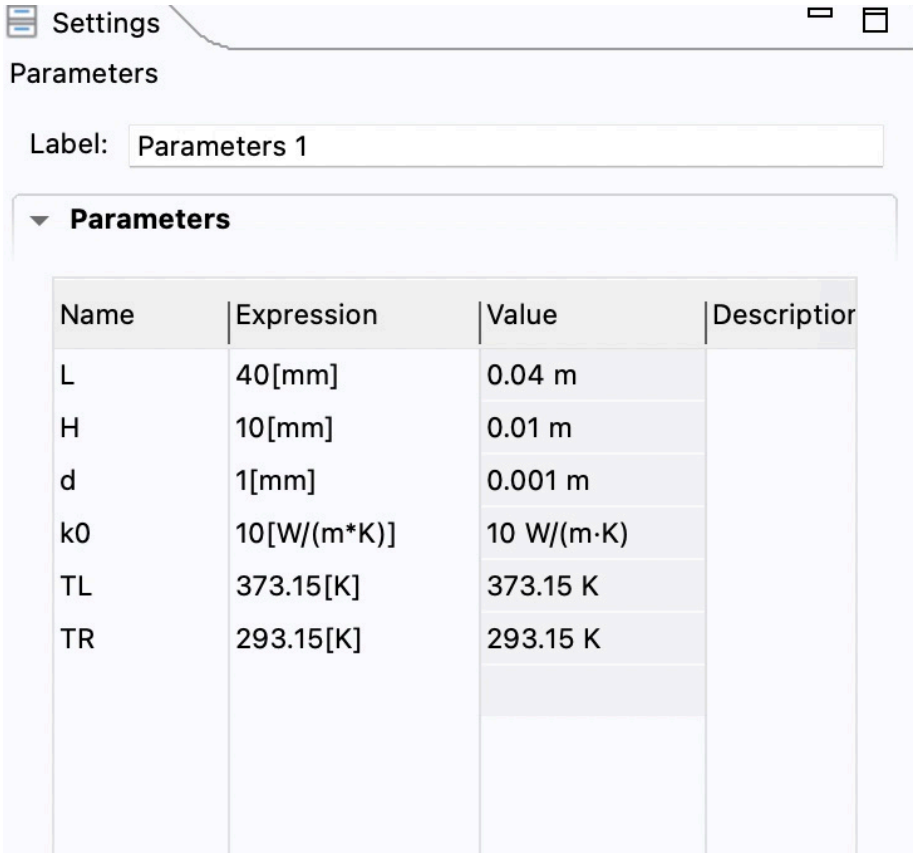
אזור במסך	מה עושים בו	מה בודקים לפני שממשיכים
Model Builder	בוחרים גאומטריה, חומר, תנאי, רשת או סוג ניתוח	שם הצומת והרכיב שאליו הוא שייך
Settings	מזינים ערכים ובוחרים ישויות גאומטריות	כותרת החלון, יחידת השדה והבחירה הפעילה
Graphics	בוחרים תחום או שפה גאומטריה, רשת ותוצאה ומציגים	מה בדיוק מודגש; אילו צירים ויחידות מוצגים
Messages / Log	קוראים הודעות בנייה וחישוב	השגיאה או האזהרה הראשונה והשלב שבו נוצרה

בצעו תרגיל ניווט קצר בלי לחשב: בחרו Geometry 1, לאחר מכן Mesh 1, ולבסוף Study 1. קראו בכל פעם את כותרת Settings. חזרו לממשק החום והרחיבו אותו. צמתים כגון Initial Values ו־Thermal Insulation נוצרו עם הממשק; הם מייצגים הגדרות שיש להבין, גם אם לא הוספתם אותם בעצמכם.

1.3 הגדרת פרמטרים ויחידות

בחרו Global Definitions > Parameters. כל שורה בטבלה מגדירה שם, ביטוי ותיאור. בשדה Name מקלידים רק את השם, למשל `L`; בשדה Expression מקלידים `40[mm]`. אין לכתוב בשדה הביטוי את כל המשפט `L=40[mm]`. עמודת Value מציגה את הערך המחושב מן הביטוי שהוזן; אין להזין בה קלט נוסף.

Name	Expression	Description
L	`40[mm]`	Slab length
H	`10[mm]`	Slab height
d	`1[mm]`	Out-of-plane thickness
k0	`10[W/(m*K)]`	Thermal conductivity
TL	`373.15[K]`	Left-end temperature
TR	`293.15[K]`	Right-end temperature



איור 2: טבלת פרמטרים שבה השם והביטוי מופרדים. עמודת Value מאפשרת לבדוק שהיחידות והמספרים פורשו כמתוכנן לפני השימוש בהם בהגדרות הגאומטריה והממשק הפיזיקלי.

בדקו שהאורך הוא $40\,\text{mm} = 0.04\,\text{m}$. יחידת התצוגה בגאומטריה אינה משנה את המשמעות של פרמטר בעל יחידה מפורשת. לעומת זאת, הקלדת המספר 40 בשדה שיחידתו מטר יוצרת גוף גדול פי אלף. צורת המלבן יכולה להיראות זהה על המסך לאחר התאמת התצוגה, ולכן יש לקרוא את הממדים ולא להסתמך על המראה.

טמפרטורה מוחלטת והפרש טמפרטורות דורשים הבחנה: $373.15\,\text{K}$ הם $100\,^\circ\text{C}$, אבל הפרש של $80\,\text{K}$ שווה להפרש של $80\,^\circ\text{C}$. בתרגילים הראשונים נזין טמפרטורות מוחלטות בקלווין ונשנה ליחידת צלזיוס רק בתצוגה, אם נרצה.

Parameter הוא קלט קבוע במודל, שאפשר לשנות בין הרצות. Variable עשוי להיות ביטוי התלוי במקום, בזמן או בפתרון, כגון מוליכות התלויה ב־T. אין להגדיר את שדה הטמפרטורה המחושב כפרמטר

כדי לעקוף שגיאה בשם משתנה. בשמות הפרמטרים והמשתנים יש משמעות להבחנה בין אותיות גדולות לקטנות; `L` שונה מ־`l`. בחרו שמות כגון `k0`, `rho0` ו־`hconv`, ואל תשתמשו בשמות שמורים של קואורדינטות, שדות ומשתנים מובנים.

בדיקת הקלט לפני בניית המודל

אם שם מופיע כשגוי או שהיחידה אינה מתאימה, תקנו את השורה לפני שממשיכים. שינוי גודל הרשת או סוג הפותר הנומרי, Solver, אינו יכול לתקן פרמטר שהוקלד בצורה שגויה.

1.4 הגאומטריה, קבוצות הבחירה ותכונות החומר

ב־Geometry 1 הגדירו Length unit כ־mm. הוסיפו Rectangle, בחרו רוחב `L`, גובה `H` ומיקום פינה $(0, 0)$, ולחצו Build All. בתצוגה אמור להופיע תחום יחיד שמאלו ב־$x = 0$ וימינו ב־$x = L$. שינוי ערך בגאומטריה אינו משנה גוף בנוי עד שמבצעים את פעולת הבנייה המתאימה.

תחום, Domain, הוא אזור דו־ממדי במודל 2D או נפח במודל 3D. שפה, Boundary, היא גבול התחום: קו ב־2D ומשטח ב־3D. לפיכך חומר תרמי מוקצה לפנים המלבן, וטמפרטורת קצה מוקצית לצלע. לפני לחיצה בגרפיקה הסתכלו על רמת הבחירה בחלון ההגדרות; לחיצה באותו מקום יכולה לבחור ישויות שונות כאשר רמת הבחירה שונה.

צרו תחת Definitions > Selections קבוצות בחירה מסוג Explicit ברמת Component 1, ותנו להן שמות `left`, `right` ו־`horizontal`. הראשונה כוללת את הצלע השמאלית, השנייה את הימנית והשלישית את שתי הצלעות האופקיות. בחרו כל אחת בנפרד וודאו שההדגשה מתאימה לכוונה. שם משמעותי מבהיר את התפקיד; הוא אינו מבטיח שהבחירה תישאר נכונה לאחר כל שינוי גאומטרי.

ההגדרה	התחום או השפה שאליהם היא משויכת	אופן הבדיקה
חומר	תחום המלבן כולו	פנים המלבן מודגש, בלי תחום חסר
טמפרטורת הקצה החם	`left`	צלע אנכית אחת בצד שמאל
טמפרטורת הקצה הקר	`right`	צלע אנכית אחת בצד ימין
בידוד תרמי	שתי הצלעות האופקיות	אין שטף חום בכיוון הניצב לשפות אלה

הוסיפו Materials > Blank Material, הקצו אותו לתחום והזינו מוליכות תרמית `k0`. אם נדרשים צפיפות וקיבול חום סגולי, נגדיר אותם במעבדה המלאה. עברו לצומת החומר הפעיל בממשק הפיזיקלי ובדקו שהתכונה נלקחת From material. ערך מקומי שהוזן בממשק הפיזיקלי יכול לגבור על הערך שהוגדר בחומר; שינוי שם החומר לבדו אינו משנה בהכרח את המשוואה.

בדיקת תכונות החומר

בתרגיל משתמשים בחומר לימודי בעל תכונות קבועות. בעבודה ממשית יש לבדוק סגסוגת, טמפרטורה, תדר, כיוון ומקור הנתונים. אין להשלים תכונה חסרה בניחוש רק כדי שהאזהרה תיעלם.

בממשק החום הגדירו גם את Thickness כ־`d`. מלבן דו־ממדי אינו מגדיר את העומק הפיזיקלי שלו מעצמו. במודל זה שינוי העובי האחיד עשוי שלא לשנות את הטמפרטורה, בעוד ההספק הכולל משתנה. בהערכת אינטגרלים נבדוק אם התקבל גודל ליחידת עובי או גודל של הגוף כולו.

1.5 תנאי שפה ותנאי התחלה

נוסף על משוואת השדה בתוך התחום, יש להגדיר את הקשר בין הגוף לסביבתו באמצעות תנאי שפה. בפס נוסיף Temperature על `left` בערך `TL`, וצומת Temperature נוסף על `right` בערך `TR`. בשפות האופקיות נשאיר Thermal Insulation. בכל צומת בדקו הן את רשימת הבחירה והן את ההדגשה בגרפיקה.

טמפרטורה מוכתבת מתארת מאגר אידאלי שמספק או מסלק את ההספק הדרוש לשמירתה. הספק זה הוא תוצאה. לעומת זאת, Heat Flux מכתיב שטף או קשר מעבר חום, ואז טמפרטורת פני הגוף היא חלק מן הפתרון. תנאי בידוד תרמי קובע ששטף החום בכיוון הניצב לשפה הוא אפס; הוא אינו קובע את הטמפרטורה ואינו מחייב טמפרטורה אחידה בגוף.

תנאי ברירת המחדל של הממשק אינם נעלמים בהכרח מהעץ כשמוסיפים תנאי חדש. בדקו אילו שפות נותרו פעילות ובאילו שפות התנאי החדש עוקף את ברירת המחדל. יש להגדיר מקורות חום ושטפים בהתאם לתנאי הבעיה, לפני הפעלת החישוב.

ההבדל בין טמפרטורה התחלתית לטמפרטורה נתונה בשפה

גוף בתחילה ב־$80\,^\circ\mathrm{C}$ מתקרר באוויר ב־$20\,^\circ\mathrm{C}$. את 80 מגדירים ב־Initial Values; את טמפרטורת האוויר ומקדם מעבר החום מגדירים ב־Convective heat flux. אם במקום זאת נכפה $20\,^\circ\mathrm{C}$ על כל פני הגוף, נפתור בעיה אחרת שבה פני הגוף מוחזקים בדיוק בטמפרטורה זו.

בניתוח תלוי־זמן, Time Dependent, ערכי ההתחלה מתארים את מצב הגוף בתחילת התהליך. בניתוח לא ליניארי במצב מתמיד הם עשויים לשמש ניחוש התחלתי לפותר; הם אינם טמפרטורה שהגוף חייב לשמור. לכן שינוי Initial Values אינו דרך להחליף תנאי שפה חסר.

1.6 רשת החישוב וסוג הניתוח

הרשת מחלקת את התחום לאלמנטים שבתוכם מיוצג השדה באמצעות פונקציות קירוב. מספר האלמנטים וסדר פונקציות הקירוב משפיעים על היכולת לייצג שינויים מרחביים. הפותר הנומרי, Solver, מחשב את המקדמים של פונקציות הקירוב. מכאן שהשלמת החישוב ללא שגיאה אינה מבטיחה שהרשת מפורטת דיה לתיאור השדה.

בחרו Mesh 1, התחילו ב־Physics-controlled mesh, בחרו Normal ובנו באמצעות Build All. בדקו שהרשת מכסה את כל הגוף, ורשמו את מספר האלמנטים. במעבדות הראשונות צורת הגוף פשוטה; אין צורך להתחיל במיליוני אלמנטים או לעדן כל אזור באותה מידה.

צילום הרשת המלא מופיע במעבדת החום, באיור 4. יש להשוות בין ההגדרות בחלון לבין כיסוי הגוף בתצוגה.

רשת הנבנית לפי הגדרות הממשק הפיזיקלי, Physics-controlled mesh, היא נקודת התחלה

לחישוב. היא אינה בדיקת התכנסות לפי שגיאת הפתרון. לאחר פתרון ראשון משווים גודל פיזיקלי נבחר ברשתות שונות, כאשר יתר הנתונים קבועים. בפס שבו הטמפרטורה משתנה ליניארית, ההתאמה לפתרון האנליטי עשויה להיות טובה מאוד כבר ברשת גסה; אין להכליל זאת לשדה ליד מוליך דק או למגנט שמוקף בתחום אוויר סופי.

סוג הניתוח	הגודל המחושב	מגבלות הניתוח
Stationary	השדה במצב שאינו משתנה בזמן	לא מתקבל זמן ההגעה למצב זה
Time Dependent	התפתחות השדה בזמן ממצב התחלתי נתון	המרווחים בין זמני שמירת התוצאות אינם בהכרח צעדי הזמן של הפותר
Frequency Domain	התגובה ההרמונית בתדר נתון	שדה מרוכב אינו תמונת מצב ממשית אחת בזמן
Parametric Sweep	השפעתם של ערכי קלט שונים	סדר ערכי הסריקה אינו מהלך פיזיקלי בזמן

לפני Compute שמרו את המודל וודאו שהניתוח כולל את הממשק המבוקש. בתרגיל הראשון השאירו את רצף הפעולות האוטומטי של הפותר. אם מתקבלת שגיאה, קראו את ההודעה הראשונה המצביעה על נתון חסר או על בעיה בהגדרת המודל. חומר חסר, שם לא מוכר ואילוץ חסר מצריכים תיקונים שונים; החלפת פותר באקראי אינה דרך לאבחן אותם.

1.7 הצגת תוצאות והפקת ערכים מספריים

לפני פירוש התוצאה בדקו את מערך הנתונים, Dataset, את הביטוי המוצג, את היחידה ואת הזמן או ערך הפרמטר שנבחר. בענף Results מגדירים את התצוגה והעיבוד של תוצאות הפתרון השמור; רענון תרשים אינו חישוב חדש. לאחר שינוי חומר או תנאי שפה יש לפתור מחדש, גם אם התמונה הקודמת עדיין מוצגת.

מפת Surface של T מציגה את התפלגות הטמפרטורה בגוף. לצורך השוואת שתי תמונות בדקו גם את טווח המקרא; סולם אוטומטי שונה יכול לגרום לתוצאות שונות להיראות דומות. כדי לבדוק את צורת הפתרון מוסיפים Cut Line 2D ובוחרים אותו ב־Line Graph. ערך מספרי מפיקים ב־Derived Values, באמצעות הפעולה המתאימה לגודל המבוקש.

השאלה	הכלי המתאים במודל 2D	בדיקה חיונית
טמפרטורה בנקודה מוגדרת	Point 2D + Point Evaluation	קואורדינטות מדויקות ופתרון נכון
טמפרטורה ממוצעת בתחום	Surface Average	התחומים המשתתפים בממוצע
התפלגות לאורך קו	Cut Line 2D + Line Graph	קצות הקו ומשמעות ציר האורך
הספק דרך קצה	Line Integration של שטף מתאים	כיוון הנורמל לשפה, עובי ויחידת ואט

למשל, אינטגרל קווי של שטף ביחידות $\mathrm{W/m^2}$ נותן $\mathrm{W/m}$, ולא ואט. במודל מישורי בעל עובי נתון יש לכלול את העובי פעם אחת. במעבדה המלאה נכתוב ביטוי מפורש ונבדוק את התאמת היחידות; אין להסתמך על מספר שנראה מוכר בלי להבין איזה גודל הוא מייצג.

לאחר Evaluate, שמרו טבלה עם כותרות ויחידות כ־CSV. תחת Export שמרו גם תמונה עם מקרא וכיתוב, אך אל תסתפקו בה. צרפו הערה קצרה המציינת מה השתנה ביחס להרצת הבסיס, איזו תחזית בדקתם ואילו בדיקות עברו. כך הקובץ, הנתונים והמסקנה בדוח מתועדים באופן שניתן לשחזור.

2 מעבדה מודרכת: הולכת חום בפס מלבני

2.1 מטרות המעבדה והנחות המודל

נבנה מודל של פס המחבר בין מאגר חם למאגר קר. נחשב את התפלגות הטמפרטורה ואת הספק החום העובר בפס, ונבחן את השפעתן של תכונות החומר ושל ממדי הפס. בסיום תדעו להגדיר גוף וחומר, לבחור שפות, לפתור מצב מתמיד, להפיק חתך ולחשב הספק. נבדוק שלושה גדלים: טמפרטורה בנקודת האמצע, שיפוע הטמפרטורה והספק דרך הקצה הקר.

נבחן פס מוצק ואחיד, ללא תנועה וללא מקור חום פנימי. קצותיו מוחזקים בטמפרטורות נתונות; ארבע הפאות האחרות של הגוף התלת־ממדי שאותו הוא מייצג מבודדות. בחתך הדו־ממדי נראות רק שתי שפות הבידוד האופקיות. אין בתרגיל זרימת אוויר, קרינה או מגע בעל התנגדות תרמית. הנחות אלה מאפשרות להשוות את התוצאה לפתרון אנליטי פשוט.

Parameter	COMSOL expression	SI value	Meaning
L	`40[mm]`	0.04 m	Length
H	`10[mm]`	0.01 m	Height
d	`1[mm]`	0.001 m	Out-of-plane thickness
k0	`10[W/(m*K)]`	10 W/(m K)	Thermal conductivity
TL	`373.15[K]`	373.15 K	Left boundary
TR	`293.15[K]`	293.15 K	Right boundary
rho0	`2700[kg/m^3]`	2700 kg/m^3	Density
Cp0	`900[J/(kg*K)]`	900 J/(kg K)	Specific heat

צפיפות וקיבול חום סגולי נרשמים כדי שהחומר יהיה מוגדר גם להמשך. הם אינם נכנסים לפתרון במצב המתמיד, שבו אין אגירת אנרגיה. אין לקרוא לחומר ״אלומיניום״ רק מפני שנבחרה צפיפות אופיינית לאלומיניום: זו דוגמה לימודית עם תכונות קבועות שהוצהרו במפורש.

לפני פתיחת התוכנה, חשבו לפי חוק פורייה:

$$T(x) = T_L + (T_R - T_L)\frac{x}{L}, \qquad q_x = -k_0 \frac{T_R - T_L}{L}.$$

במקרה שלנו $T(L/2) = 333.15\,\mathrm{K}$, $dT/dx = -2000\,\mathrm{K/m}$ ו־$q_x = 20000\,\mathrm{W/m^2}$. שטח החתך הניצב לזרימת החום הוא $Hd = 10^{-5}\,\mathrm{m^2}$, ולכן $P = q_x Hd = 0.2\,\mathrm{W}$. שימו לב להבחנה בין שטף לבין הספק: שטף החום נמדד בוואט למטר רבוע, ואילו ההספק נמדד בוואט.

2.2 שלב א: יצירת מודל והגדרת פרמטרים

1. בחרו File > New > Model Wizard. בחלון הממד בחרו 2D. ברשימת הממשקים הפיזיקליים חפשו Heat Transfer in Solids (ht), הוסיפו אותו, ובחרו ניתוח במצב מתמיד, Stationary. לחצו Done.
2. שמרו בשם `heat_slab_baseline.mph` בתיקיית תרגול חדשה. קובץ זה ישמש מודל בסיס להשוואה. כאשר נבצע שגיאה מכוונת או נוסיף מקור חום, נשמור בשם אחר.
3. בחרו Global Definitions > Parameters. הקלידו את השמות והביטויים מהטבלה, שורה אחר שורה. העמודה Expression היא הקלט; עמודת Value מציגה את הערך שהתוכנה פירשה.
4. בדקו שהביטוי `40[mm]` מפורש כ־$0.04\,\mathrm{m}$, ושהטמפרטורות הן בקלווין. בתרגיל הראשון נשתמש בטמפרטורות מוחלטות בקלווין כדי להימנע מטעויות בהמרה בין מעלות צלזיוס לקלווין. הזנת `373.15` ללא יחידה עלולה להקשות על בדיקת הקלט; ציינו את היחידה גם כאשר התוכנה מאפשרת להשמיט אותה.

בכל שדה שבו נדרש בהמשך אורך, טמפרטורה או מוליכות, נכתוב את שם הפרמטר. כך שינוי `L` מעדכן את הגאומטריה ואת ביטויי הייחוס יחד. לעומת זאת, מספר שהוקלד ישירות בשדה נשאר קבוע גם כאשר שיניתם טבלה אחרת. לאחר הזנת הקלט, שמרו שוב ובדקו שאין שגיאת שם, סוגר חסר או יחידה לא מוכרת.

2.3 שלב ב: בניית הגאומטריה והגדרת קבוצות בחירה

ב־Geometry 1 בחרו יחידת אורך mm. הוסיפו Rectangle. הזינו רוחב `L`, גובה `H` ומיקום $(0, 0)$. לחצו Build All. בתצוגה צריכים להופיע מלבן שמאלו ב־$x = 0$, ימינו ב־$x = 40\,\mathrm{mm}$, תחתיתו ב־$y = 0$ וראשו ב־$y = 10\,\mathrm{mm}$.

יחידת הגאומטריה קובעת את יחידת האורך של קלט גאומטרי ללא יחידה. היא אינה הופכת כל פרמטר במודל למילימטרים. כאשר `L` כולל יחידה מפורשת, COMSOL ממיר אותה לשדה המתאים. בדקו תמיד גם את המספרים על צירי התצוגה; מלבן דומה בצורתו יכול לייצג גוף שגודלו שונה פי אלף.

צרו תחת Component 1 > Definitions > Selections קבוצת בחירה מפורשת ברמת Boundary בשם `left`. בחרו רק את השפה האנכית ב־$x = 0$. חזרו עבור `right` ב־$x = L$, וצרו `horizontal` לשתי השפות האופקיות. לאחר הגדרת כל קבוצת בחירה, עברו לצומת אחר וחזרו אליה: ההדגשה בחלון הגרפיקה צריכה להראות בדיוק את הקבוצה שהתכוונתם לשמור.

ההבדל בין Domain לבין Boundary חשוב כבר כאן. החומר יוקצה לשטח המלבן; טמפרטורה בקצה תוקצה לקו. לחיצה במרכז המלבן במצב בחירת תחומים אינה בוחרת את קצהו. מספרי השפות מועילים לבדיקה במודל מסוים, אך יכולים להשתנות לאחר פעולות גאומטריות. ההגדרה המהותית בתרגיל היא ״שפה שמאלית״, ולא ״שפה מספר 1״.

2.4 שלב ג: הגדרת תכונות החומר ועובי הפס

הוסיפו Materials > Blank Material והקצו אותו לתחום המלבן. תנו לו תווית ברורה, כגון Constant teaching material. בטבלת Material Contents הזינו מוליכות תרמית איזוטרופית `k0`, צפיפות `rho0` וקיבול חום סגולי `Cp0`. מוליכות איזוטרופית זהה בכל כיוון, ולכן היא מוגדרת באמצעות ערך יחיד ולא באמצעות רכיבים שונים לכיוונים שונים.

בחרו את צומת Solid בממשק החום וודאו שהתכונות נלקחות מן החומר, From material, ולא מערך מקומי שנותר משינוי קודם. הביטוי שבשדה והמקור שממנו הוא נלקח הם שני פרטים שונים: אפשר לשנות חומר בטבלה ועדיין להשאיר בצומת פיזיקלי ערך מקומי שגובר עליו.

בחרו את הצומת הראשי של Heat Transfer in Solids. בקטע Physical Model הגדירו Thickness בערך `d`. ב־COMSOL 6.4 ברירת המחדל היא מטר אחד; היא אינה עובי הלוח שלנו. במודל דו־ממדי הטמפרטורה נחשבת אחידה לאורך הכיוון שמחוץ למסך. העובי מאפשר לפרש את החתך כגוף בעל נפח LHd, בתנאים שבהם הפישוט הזה מוצדק.

רשמו במחברת שתי בדיקות ממדיות: נפח הגוף הוא $4 \times 10^{-7}\,\mathrm{m}^3$; שטח הקצה המעביר חום הוא $10^{-5}\,\mathrm{m}^2$. מכיוון ששטח החתך קטן, גם שטף חום של אלפי ואט למטר רבוע עשוי להתאים להספק כולל קטן. בעיית יחידות לא תמיד נראית לעין במפת הטמפרטורה.

2.5 שלב ד: הגדרת תנאי השפה התרמיים

1. לחצו לחיצה ימנית על Heat Transfer in Solids והוסיפו Temperature. בחרו את `left`; בשדה T_0 הזינו `TL`. תנו לצומת תווית Left hot end.

2. הוסיפו צומת Temperature שני. בחרו את `right`; הזינו `TR`. תנו לו תווית Right cold end.

3. בחרו את Thermal Insulation ובדקו אילו שפות נותרו פעילות. על שתי השפות האופקיות צריך לחול בידוד. תנאי הטמפרטורה בקצוות גוברים שם על תנאי ברירת המחדל; אין צורך למחוק את צומת הבידוד לכל המודל.

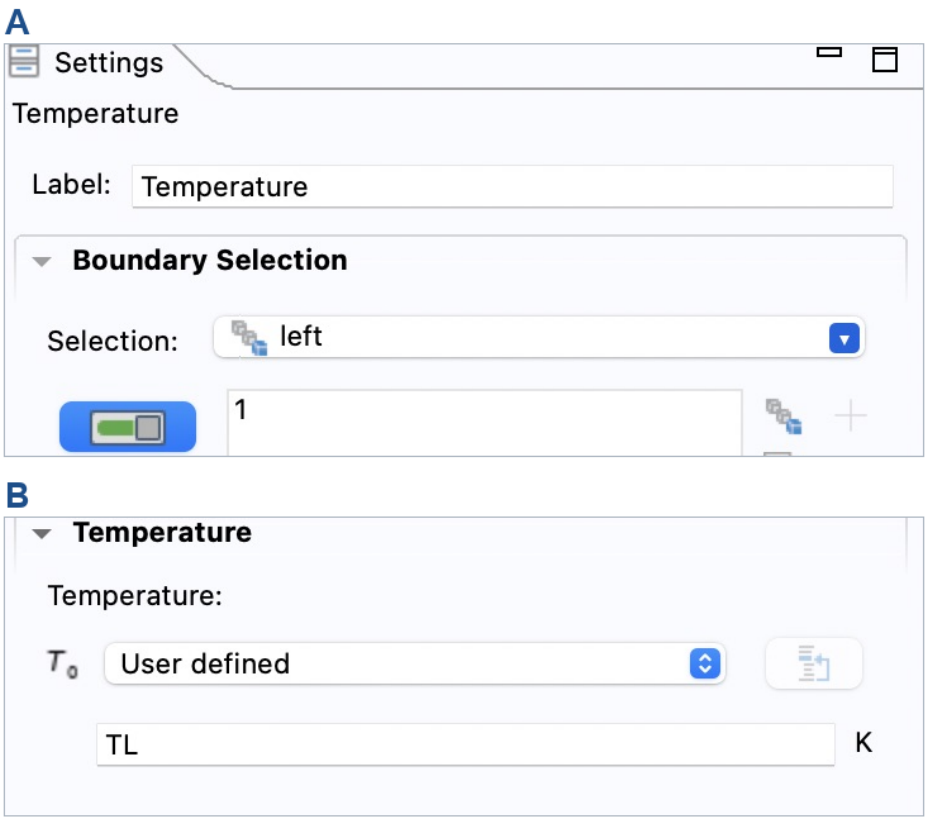
4. פתחו כל צומת טמפרטורה בנפרד. בדקו שלושה דברים יחד: השפה המודגשת, שדה הטמפרטורה ושם הפרמטר. לפני המשך העבודה ודאו שהבחירה המוצגת תואמת את שרטוט הבעיה.

תנאי טמפרטורה קובע את טמפרטורת הקצה, ולא את הספק החום העובר דרכו. התוכנה מחשבת את ההספק הנדרש לשמירת הטמפרטורה הנתונה. תנאי בידוד, לעומתו, קובע שאין שטף חום בכיוון הניצב לשפה. שינוי Initial Values בלבד לא יחליף את טמפרטורות הקצוות בניתוח זה של מצב מתמיד.

2.6 שלב ה: בניית הרשת ופתרון המודל

בחרו Mesh 1. התחילו ב־Physics-controlled mesh ובגודל Normal; לחצו Build All. בדקו שהרשת ממלאת את כל המלבן ושאין תחום שנותר מחוץ לרישות. הגאומטריה בתרגיל זה פשוטה: אין פערים צרים, שכבות דקות או מקור מקומי הדורש עידון ממוקד.

כעת בחרו Study 1 > Stationary. ודאו שהממשק התרמי נכלל בפתרון ולחצו Compute. המתינו



איור 3: שני מקטעים מהגדרת הקצה החם: A מציג את הבחירה `left`; B מציג את הביטוי TL ביחידת קלווין. יש לבדוק בנפרד בחלון הגרפיקה שאכן נבחרה השפה השמאלית.

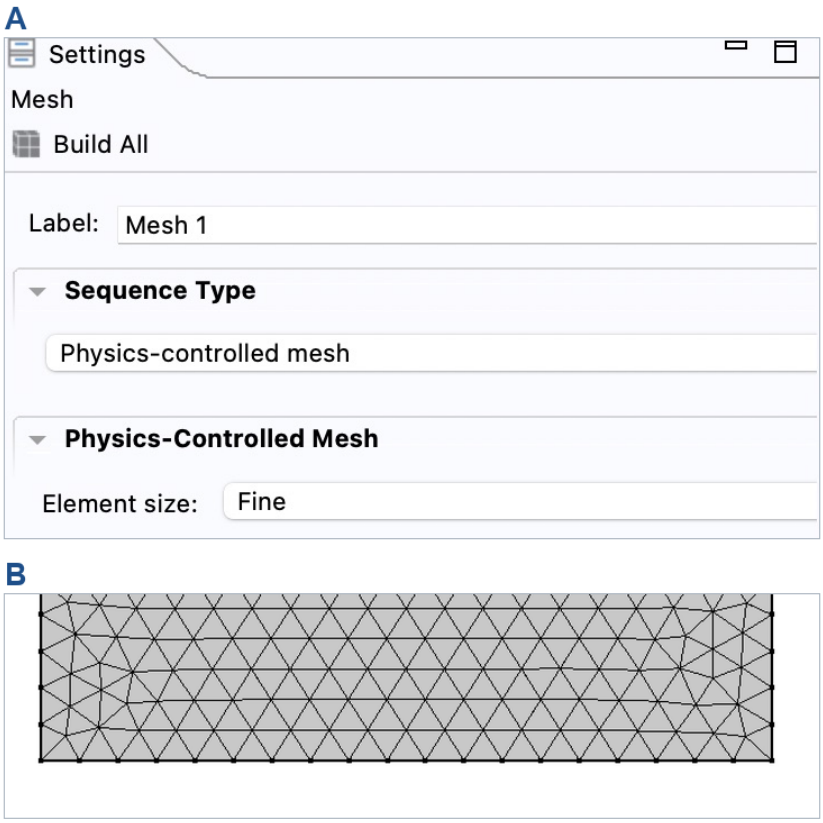
לסיום ועברו על Messages ועל האזהרות. אם חסר חומר, חזרו לשיוך התחומים; אם חסר תנאי שפה, חזרו לשפות. עידון הרשת אינו משלים נתוני קלט חסרים.

לאחר שהחישוב הושלם בהצלחה, שמרו את המודל עם הפתרון. אם פתחתם את קובץ הדוגמה המצורף, שימו לב שהוא הורץ ברשת Fine; בנייה עצמית ב־Normal יכולה לתת מספר אלמנטים שונה. ההשוואה החשובה היא של השדות, היחידות והתוצאות. בפרט, כאן הפתרון האנליטי ליניארי וניתן לייצג אותו היטב גם ברשת גסה. במודלים בעלי התפלגות מורכבת יותר נדרשת בדיקת התכנסות נפרדת.

2.7 שלב ו: הצגת מפת הטמפרטורה וגרף חתך

תחת Results הוסיפו 2D Plot Group > Surface, בחרו את הפתרון של הניתוח הנוכחי ואת הביטוי T. בחרו יחידה K והציגו את סולם הצבעים. הגדירו לצורך השוואה טווח קבוע של 293.15 עד $373.15\,\mathrm{K}$. בחירת טווח אוטומטי יכולה להסתיר הבדל בין הרצות, כי כל מפה נצבעת מחדש לפי המינימום והמקסימום שלה.

כדי להפוך את התמונה לבדיקה כמותית, הוסיפו Results > Datasets > Cut Line 2D. הזינו נקודת התחלה $(0, H/2)$ ונקודת סיום $(L, H/2)$. הוסיפו 1D Plot Group; בחרו את מערך הנתונים החדש, ובתוכו Line Graph עבור T. הגדירו את נתוני הציר האופקי כביטוי x ביחידות mm. אם משאירים אורך קשת כברירת מחדל, הגרף עשוי להיראות זהה כאן, אך הבחירה המפורשת מבהירה מה נמדד.



איור 4: רשת המלבן בפועל והגדרותיה. בדוגמה המוצגת נבחרה רשת Fine. מספר האלמנטים מתעד את ההרצה; הוא אינו דרישה לכל מחשב.

הקו צריך להתחיל ב־$293.15\,\mathrm{K}$ ולהסתיים ב־$373.15\,\mathrm{K}$. בנקודה $x = 20\,\mathrm{mm}$ הוא צריך לעבור דרך $333.15\,\mathrm{K}$. להערכה מדויקת באותה נקודה צרו Cut Point 2D במיקום $(L/2, H/2)$ ובחרו אותו ב־Derived Values > Point Evaluation. לחיצה על נקודת רשת קרובה אינה אותה בדיקה.

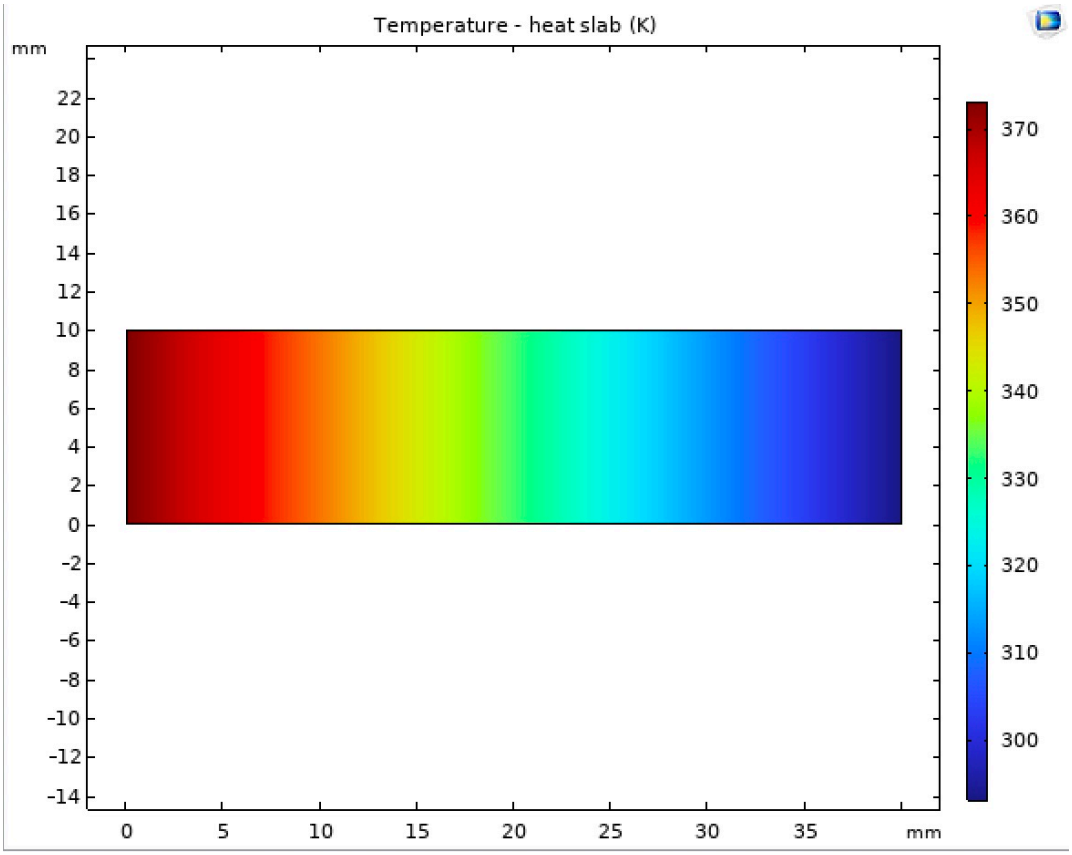
2.8 שלב ז: חישוב ההספק ובדיקת מאזן ההספק

ב־Results > Derived Values הוסיפו Integration > Line Integration. בחרו את הפתרון הנוכחי ואת השפה הימנית בלבד. הזינו את הביטוי `-k0*Tx)*d` ולחצו Evaluate. `Tx` היא נגזרת הטמפרטורה בכיוון x; `d` הוא פרמטר העובי. האינטגרל הקווי מחושב על השפה הנבחרת. הכפלה אחת בעובי ממירה את התוצאה מהספק ליחידת עובי להספק הכולל.

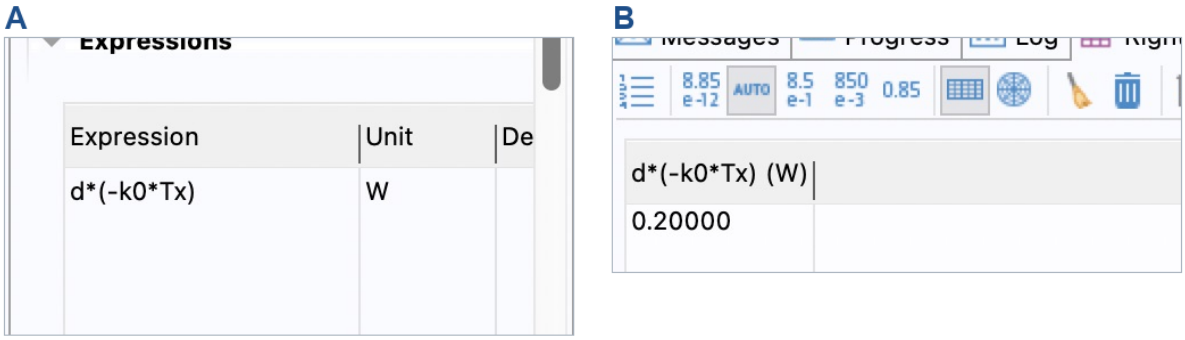
בדקו שהיחידות בביטוי נותנות הספק בוואט:

$$\underbrace{d}_{\mathrm{m}}\,\underbrace{(-k_0 T_x)}_{\mathrm{W/m^2}}\,\underbrace{ds}_{\mathrm{m}} \quad\longrightarrow\quad \mathrm{W}.$$

אם תזינו `-k0*Tx` ללא העובי, תקבלו $200\,\mathrm{W/m}$: הספק ליחידת עובי. זה אינו ערך שגוי של אותו גודל; זהו גודל אחר. אם בוחרים בעתיד ביטוי מובנה שכבר משלב עובי, יש לבדוק את הגדרתו ולא להכפיל שוב. כאן משתמשים בכוונה בביטוי בסיסי שניתן לבדוק ביחידות.



איור 5: מפת הטמפרטורה המחושבת. הטמפרטורה משתנה לאורך x בלבד; קווי שווה־טמפרטורה אנכיים. סולם הצבעים בחלון Graphics מציין טמפרטורה בקלווין.



איור 6: הערכת ההספק בקצה הקר. מקטע חלון הביטויים וטבלת התוצאה מציגים את `d*(-k0*Tx)` ואת ההספק $0.2\,\mathrm{W}$. בחירת השפה הימנית נקבעת לפני ההערכה.

בקצה השמאלי הנורמל החוצה, כלומר הכיוון הניצב לשפה והמכוון החוצה מן הגוף, פונה לכיוון $-x$. גם בקצה זה נגדיר סימן חיובי להספק היוצא מן הגוף ונחשב באמצעות `d*(k0*Tx)`. התוצאה הצפויה היא $-0.2\,\mathrm{W}$, מפני שהחום נכנס לתחום בקצה החם. סכום ההספקים החוצה הוא אפס, אף שעובר בגוף הספק שאינו אפס. בהיעדר מקור חום נפחי ואגירת אנרגיה, ההספק הנכנס שווה להספק היוצא.

2.9 שלב ח: ייצוא התוצאות וניתוח הנתונים

ב־Results > Export > Data בחרו את Cut Line 2D, הוסיפו ביטויים `T` ו־`-k0*Tx`, ובחרו יחידות K ו־W/m2 כפי שהממשק מציג אותן. שמרו את הנתונים בקובץ CSV ופתחו אותו בעורך טקסט או בגיליון אלקטרוני. בדקו את כותרות הקובץ והעמודות: יחידת הקואורדינטות יכולה להיות שונה מיחידות SI של הביטוי.

להלן קטע מעוגל מתוך `slab_centerline.csv`, שיוצא מן הפתרון ב־COMSOL 6.4.0.378 ונכלל בחבילת הדוגמה. הטבלה מציגה תוצאות מן הפתרון הנומרי, ולא ערכים שחושבו מנוסחת הייחוס.

x [mm]	y [mm]	T [K]	q_x [W/m^2]
0.00000	5	373.15000	20000.00000
7.19761	5	358.75477	20000.00000
19.98144	5	333.18713	20000.00000
38.03598	5	297.07804	20000.00000
40.00000	5	293.15000	20000.00000

שימו לב שהשורה הקרובה למרכז אינה נמצאת בדיוק ב־$x = 20\,\text{mm}$. לכן אין להשוות את $333.18713\,\text{K}$ ל־$333.15\,\text{K}$ ולכנות את ההפרש ״שגיאת סימולציה״. אלו מיקומים שונים. השוו כל שורה ל־$T(x)$ שלה, או העריכו את הפתרון בנקודה המדויקת. מרווח לא אחיד בין נקודות הדגימה בקובץ המיוצא אינו מעיד כשלעצמו על שגיאה ברשת או בפתרון.

בדוח האימות של המודל המצורף התקבל הספק $0.20000000000015\,\text{W}$ וטמפרטורה ממוצעת $333.15000000001\,\text{K}$. בדיווח התוצאות נכתוב $0.200\,\text{W}$ ו־$333.15\,\text{K}$. הספרות הנוספות מסייעות לבדיקת התאמה נומרית; הן אינן הופכות נתוני חומר לימודיים למדידה מדויקת.

2.10 תרגיל אבחון: השפעת תנאי שפה שגויים

שמרו עותק `heat_wrong_boundary.mph`. השביתו את תנאי הטמפרטורה הימני כך שהשפה הימנית תחזור לבידוד, והשאירו את השמאלית ב־TL. פתרו מחדש. במקרה זה אין מקור חום ואין דרך יציאה אחרת, ולכן צפויה טמפרטורה אחידה של $373.15\,\text{K}$ ושטף אפס. החישוב עשוי להסתיים ללא שגיאה, אף שתנאי השפה אינם מתאימים לבעיה המקורית.

רשמו טבלת אבחון: מה השתנה בעץ, מה קרה לפרופיל הטמפרטורה, מה קרה להספק, ואיזו בדיקה מוקדמת הייתה מגלה את הטעות. חזרו למודל הבסיס לפני המשימה הבאה. אין צורך להשאיר שגיאה מכוונת בקובץ שאותו מגישים כפתרון נכון.

2.11 תרגילי המשך: שינוי המוליכות וממדי הפס

בצעו סריקה פרמטרית של `k0` עבור הערכים 5, 10 ו־$20\,\text{W/(m K)}$. תעדו את טמפרטורת המרכז ואת ההספק. התחזית היא שאותה התפלגות טמפרטורה תישמר, ואילו ההספק יהיה 0.1, 0.2 ו־$0.4\,\text{W}$.

הסבירו מדוע התוצאה אינה סותרת את העובדה שהגדלת המוליכות מגדילה את הספק החום עבור הפרש טמפרטורות נתון: טמפרטורות הקצה מוכתבות, ומאגרי החום מספקים ומסלקים את ההספק הדרוש לשמירתן.

לאחר מכן בדקו בנפרד הכפלת אורך והכפלת עובי. בעת שינוי אורך יש לבנות מחדש את הגאומטריה והרשת ולפתור; בעת הצגת תוצאות הסריקה יש לבחור את הפתרון המתאים לערך הפרמטר הנבדק. שמרו בתיק המעבדה שרטוט של הגאומטריה ותנאי השפה, מפת טמפרטורה, גרף חתך, טבלת הספק, נתוני CSV ופסקה שמסבירה את המגמות. תיעוד זה מאפשר לשחזר את החישוב ולהבין את המסקנות.

מקורות טכניים למעבדה. הגדרות ממשק החום ועובי דו־ממדי; יצירת חתך קווי; סוגי ערכים נגזרים; אופרטורי נגזרת.

3 מעבדה: שדה חשמלי וקבל אידאלי

3.1 מטרת המעבדה והנחות המודל

נחשב את הפוטנציאל החשמלי, השדה החשמלי, המטען והקיבול של קבל מישורי, ונבדוק את הקשרים בין התוצאות. נייצג את החומר הדיאלקטרי באמצעות מלבן ברוחב $w = 20\,\mathrm{mm}$, בגובה $g = 2\,\mathrm{mm}$, השווה למרחק בין הלוחות, ובעובי מחוץ למישור $d = 1\,\mathrm{mm}$. הפוטנציאל על השפה העליונה הוא $V_0 = 10\,\mathrm{V}$, ועל התחתונה אפס. החומר ליניארי ואחיד, והמקדם הדיאלקטרי היחסי שלו (Relative permittivity) הוא $\varepsilon_r = 4$. אין בו מטען חשמלי חופשי בנפח.

לא נבנה את לוחות המתכת כתחומים נפרדים: הפוטנציאל שלהם מוכתב על שפות הדיאלקטרי. על שתי השפות האנכיות נדרוש שהרכיב הנורמלי של ההעתק החשמלי יתאפס. כך נייצג קבל אידאלי ללא שדות שוליים, בתחום חישוב סופי. כדי לחשב שדות שוליים של לוחות סופיים יש לכלול במודל גם את המרחב שסביבם. הפישוט הנוכחי מאפשר לבדוק תחילה את היחידות ואת חישוב הקיבול מול פתרון אנליטי.

בהיעדר מטען חופשי בנפח, חוק גאוס והקשר בין הפוטנציאל לשדה נותנים:

$$\nabla \cdot (\varepsilon_0 \varepsilon_r \nabla V) = 0, \qquad \mathbf{E} = -\nabla V.$$

תנאי השפה מאפשרים פתרון ליניארי:

$$V(y) = V_0 \frac{y}{g}, \qquad E_y = -\frac{V_0}{g} = -5000\,\mathrm{V/m}, \qquad E_x = 0.$$

הפוטנציאל גדל כלפי מעלה, ולכן השדה פונה כלפי מטה. באמצע המרווח הפוטנציאל הוא $5\,\mathrm{V}$, אך גודל השדה אינו קטן למחצית: במודל זה השדה אחיד בכל התחום.

חישוב ערכי הייחוס

שטח כל לוח הוא $A = wd = 2 \times 10^{-5}\,\mathrm{m^2}$. לכן $C = \varepsilon_0 \varepsilon_r A/g \approx 0.35417\,\mathrm{pF}$, מטען הלוח החיובי $Q = CV_0 \approx 3.5417\,\mathrm{pC}$, ואנרגיית השדה $W_e = CV_0^2/2 \approx 17.708\,\mathrm{pJ}$. נחשב את המטען ואת האנרגיה בשתי פעולות אינטגרציה נפרדות, ונפיק מכל אחת מהן את הקיבול.

3.2 בניית הגאומטריה והגדרת החומר ותנאי השפה

פתחו מודל חדש ושמרו בשם `capacitor_ideal.mph`. ב־Model Wizard בחרו 2D, הוסיפו Electrostatics (es) ובחרו ניתוח במצב Stationary. ודאו שנבחר ממשק האלקטרוסטטיקה הרגיל ולא ניסוח Boundary Elements. במודל זה אנו פותרים את הפוטנציאל בתוך הדיאלקטרי.

Name	Expression	Meaning
w	`20[mm]`	Plate width
g	`2[mm]`	Gap
d	`1[mm]`	Out-of-plane thickness
V0	`10[V]`	Applied voltage
er	`4`	Relative permittivity

ב־Global Definitions > Parameters הזינו את השמות והביטויים בעמודות המתאימות. ב־Geometry 1 בחרו יחידת אורך mm, והוסיפו Rectangle שרוחבו `w`, גובהו `g` ומיקום פינתו $(0, 0)$. לחצו Build All. בדקו בצירים: השפה התחתונה היא $y = 0$, והעליונה $y = g$.

הוסיפו Blank Material, בחרו את תחום המלבן והגדירו מקדם דיאלקטרי יחסי איזוטרופי באמצעות השדה Relative permittivity, בערך `er`. בצומת התחום הפעיל של Electrostatics בדקו שהמקדם הדיאלקטרי נלקח מהחומר או מוגדר במפורש כ־`er`; שם צומת ברירת המחדל עשוי להשתנות לפי תצורת הממשק. הופעת החומר בעץ המודל אינה מבטיחה שתכונותיו משמשות בחישוב; הגדרה מקומית בממשק הפיזיקלי עשויה לגבור עליהן.

בשורש הממשק הגדירו Out-of-plane thickness כ־`d`. ממדי המלבן במישור הם $20\,\text{mm}$ על $2\,\text{mm}$. כדי לקבוע את שטח הלוחות ולחשב קיבול כולל, יש להגדיר גם את העובי מחוץ למישור. בהמשך נשתמש באינטגרלים גאומטריים רגילים ונכלול את העובי במפורש פעם אחת.

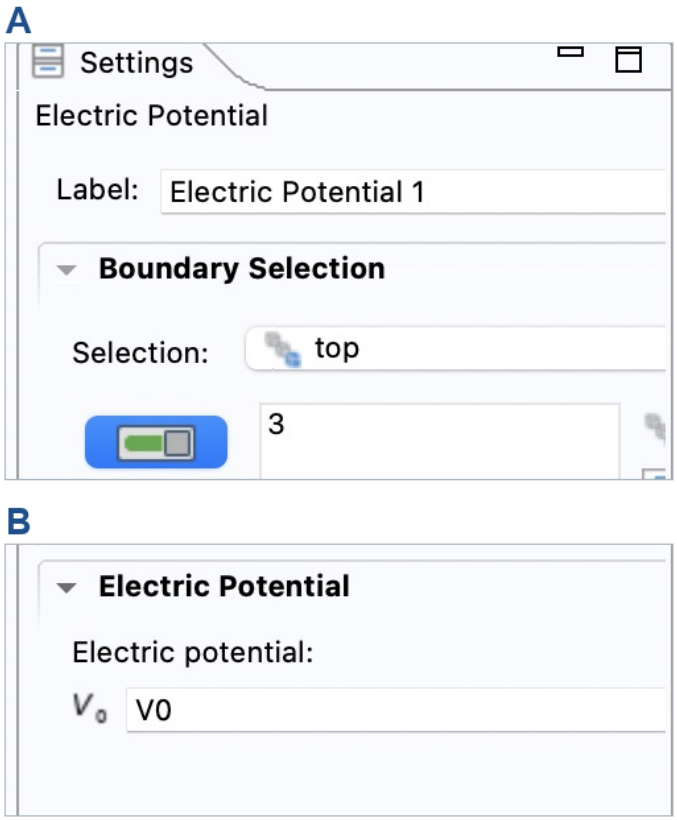
1. הוסיפו Ground על השפה התחתונה בלבד. זהו ייחוס הפוטנציאל $V = 0$.
2. הוסיפו Electric Potential על השפה העליונה בלבד, והזינו `V0`.
3. השאירו Zero Charge בשתי השפות האנכיות. תנאי זה הוא $\mathbf{n} \cdot \mathbf{D} = 0$; אין פירושו שהפוטנציאל מתאפס.
4. עברו בין הצמתים ובדקו בכל אחד את ההדגשה ואת רשימת הבחירה הפעילה. אין להסתמך על מספרי שפות ממודל אחר.

3.3 פתרון המודל והצגת הפוטנציאל והשדה החשמלי

בנו רשת חישוב בגודל Normal, הפעילו את החישוב במצב מתמיד ושמרו את הקובץ. הפתרון האידאלי ליניארי, ולכן גם רשת גסה יחסית יכולה לייצגו היטב. התאמה טובה בדוגמה זו אינה מוכיחה שרשת דומה תספיק ליד קצה אלקטרודה או בגאומטריה בעלת כמה חומרים.

ב־Results > 2D Plot Group הוסיפו Surface, בחרו `V` ביחידות וולט, ובדקו שטווח סולם הצבעים הוא 0 עד 10 וולט. הוסיפו Arrow Surface עם הרכיבים `es.Ex` ו־`es.Ey`. הפוטנציאל צריך להשתנות רק בכיוון האנכי, והחצים צריכים לפנות כלפי מטה. אורך חץ יכול להיות מנורמל לצורכי הצגה, ולכן נבדוק גם ערכים מספריים.

צרו Datasets > Cut Line 2D מ־$(w/2, 0)$ עד $(w/2, g)$. ב־1D Plot Group > Line Graph בחרו את החתך, הביטוי `V` וציר אופקי `y` ביחידות mm. אמור להתקבל קו ישר מ־0 עד 10 וולט. הוסיפו



איור 7: שני מקטעים מהגדרת הפוטנציאל: A מציג את בחירת השפה `top`; B מציג את הביטוי `V0`. תנאי ההארקה מוגדר בנפרד על השפה התחתונה.

גרף של `es.Ey`; הפעם יתקבל קו אופקי שלילי. שיפוע הפוטנציאל הוא $5\,\mathrm{V/mm}$, ולכן השדה הוא $-5\,\mathrm{kV/m}$, ולא $-5\,\mathrm{V/m}$.

לבדיקה נוספת בחרו Derived Values > Surface Average על תחום המלבן, והעריכו `V`, `es.Ey` ו־`es.normE`. התוצאות הצפויות הן, בהתאמה, $5\,\mathrm{V}$, $-5000\,\mathrm{V/m}$ ו־$5000\,\mathrm{V/m}$. אם גם הרכיב וגם גודל השדה התקבלו כחיוביים, ודאו שלא החלפתם בין שני הביטויים.

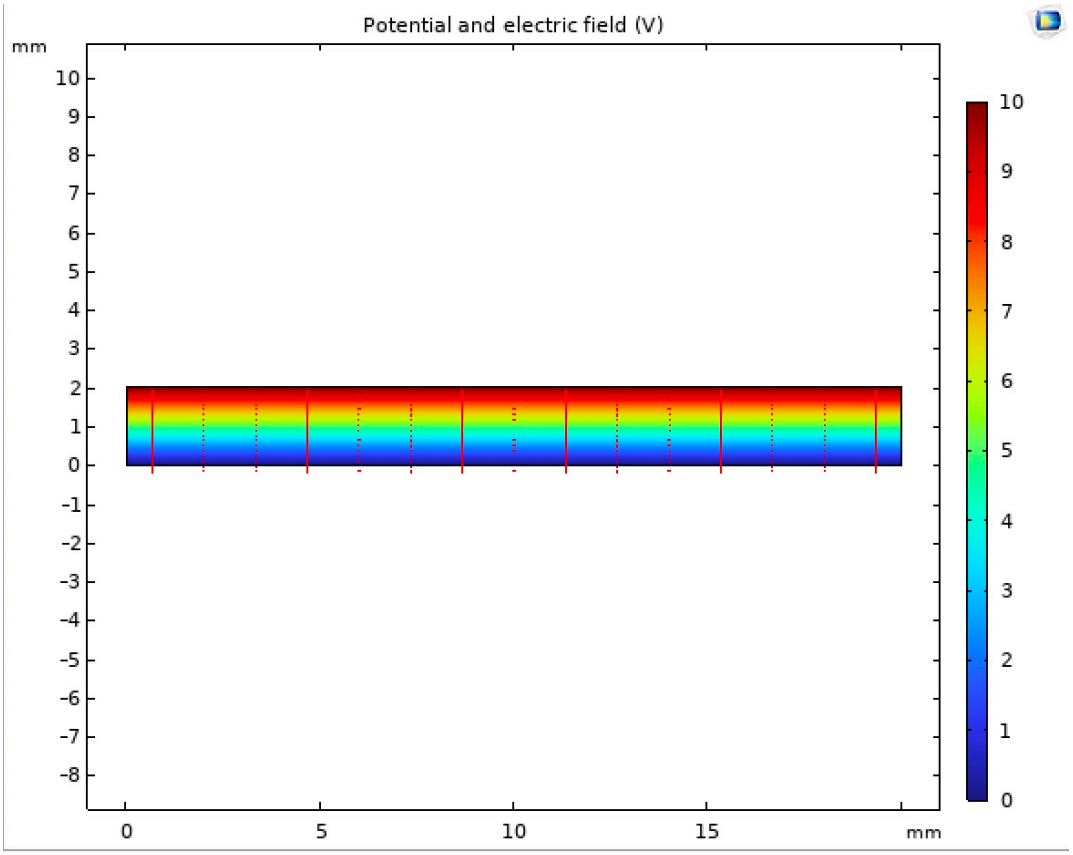
3.4 חישוב המטען על הלוחות

את המטען הכולל מחשבים באמצעות אינטגרל של צפיפות המטען המשטחית על פני הלוח. וקטור היחידה הנורמלי **n**, הניצב לשפה, מכוון החוצה מתחום הדיאלקטרי. על השפה העליונה הוא פונה מעלה, בעוד $\mathbf{D} = \varepsilon_0\varepsilon_r\mathbf{E}$ פונה מטה. צפיפות המטען על פני הלוח שבמגע עם הדיאלקטרי היא אפוא מינוס $\mathbf{D}\cdot\mathbf{n}$.

הוסיפו Derived Values > Integration > Line Integration, בחרו את הפתרון הנוכחי ואת השפה העליונה בלבד, והזינו:

```
-d*epsilon0_const*er*(es.Ex*nx+es.Ey*ny)
```

לחצו Evaluate. היחידה לאחר האינטגרציה צריכה להיות קולון. בדקו את היחידות בכל שלב: εE



איור 8: מפת הפוטנציאל והצגת השדה במודל הקבל. הצבע מייצג פוטנציאל, ואילו כיוון השדה נקבע ממינוס הגרדיאנט; אין להסיק את גודל השדה מצבע הפוטנציאל בלבד.

הוא $\mathrm{C/m^2}$; אורך השפה נותן מטר; והעובי מוסיף מטר נוסף. ללא d תקבלו מטען ליחידת עומק, $\mathrm{C/m}$, שאינו מטען הגוף שהגדרנו.

חזרו על ההערכה בשפה התחתונה. אמור להתקבל מטען שווה בגודלו והפוך בסימנו. סכום שני המטענים קרוב לאפס, מפני שאין במודל מטען חופשי בנפח והשטף דרך הצדדים אפס. הקיבול הוא $C = Q_+/V_0$; אין לחבר את הגדלים המוחלטים משני הלוחות, כי כך יתקבל בטעות קיבול כפול.

בדיקת תוצאה שגויה של הקיבול

אם סימן המטען הפוך, בדקו את כיוון וקטור הנורמל. אם הערך שונה פי אלף, בדקו עובי ויחידות אורך. אם ההפרש הוא בקירוב פי ארבעה, בדקו שהממשק הפיזיקלי משתמש ב־$\varepsilon_r = 4$, ולא ב־1. תיקון כזה נעשה בהגדרות החומר ובקבוצות הבחירה, לפני שינוי הגדרות הפותר הנומרי.

3.5 חישוב הקיבול מתוך אנרגיית השדה

בחומר ליניארי צפיפות האנרגיה היא $u_e = \varepsilon_0 \varepsilon_r |\mathbf{E}|^2/2$, ביחידות $\mathrm{J/m^3}$. הוסיפו Surface Integration על תחום המלבן. במודל 2D זהו אינטגרל גאומטרי על שטח; כדי לחשב את האנרגיה בנפח הדיאלקטרי בעובי d, הזינו:

```
0.5*d*epsilon0_const*er*(es.Ex^2+es.Ey^2)
```

התוצאה צריכה להיות ביחידות ג׳אול. השתמשו באותו פתרון ובאותו ערך מתח כמו בהערכת המטען. חישוב הקיבול מתוך האנרגיה נותן

$$C_W = \frac{2W_e}{V_0^2}, \qquad C_Q = \frac{Q_+}{V_0}.$$

השוו בין C_W לבין C_Q ובין שניהם לנוסחת הקבל המישורי. שתי הדרכים בודקות יחד את השדה, בחירת השפה, כיוון הנורמל וגורם העובי. כאשר משתמשים בעתיד במשתנה מובנה של Terminal או בכלי אינטגרציה שמוסיף גורם גאומטרי, קראו את הגדרתו לפני הוספת עובי נוסף.

תרגיל אבחון: השמטת העובי מהאינטגרל

העריכו בעותק של הטבלה את אינטגרל המטען ללא הכפלה בעובי d. מתקבל $Q' = 3.5417\,\mathrm{nC/m}$, ולכן $C' = 0.35417\,\mathrm{nF/m}$. השדה נשאר נכון, אך אלה גדלים ליחידת עומק. הכפלה בעובי $10^{-3}\,\mathrm{m}$ מחזירה את הקיבול $0.35417\,\mathrm{pF}$. אין לתקן את ההפרש באמצעות החלפת הכיתוב על היחידה בלבד: על הביטוי עצמו לייצג את הגודל המבוקש.

3.6 השוואת התוצאות לפתרון האנליטי

המודל הנלווה `02-ideal-capacitor.mph` נבנה ונפתר ב־COMSOL 6.4.0.378, והפתרון השמור נבדק לאחר פתיחה מחדש. הטבלה מציגה נתוני הרצה מעוגלים, לצד ערכי הייחוס האנליטיים. הנתונים המדויקים נמצאים ב־`numerical-validation.csv` שבחבילת הדוגמאות.

Quantity	COMSOL result	Analytical reference
E_y	-5000 V/m	$-V_0/g$
C	0.3541675 pF	$\varepsilon_0\varepsilon_r wd/g$
W_e	17.7083756 pJ	$CV_0^2/2$

התאמה כמעט עד גבול הדיוק של החישוב במחשב אפשרית משום שהפתרון פשוט וליניארי. היא מאמתת את המימוש של המקרה המוגדר, אך אינה מעידה על התאמה לקבל ממשי שבו יש שדות שוליים ואי־ודאות בתכונות החומר.

3.7 בדיקת השפעת המתח, החומר וממדי הקבל

שמרו עותק והוסיפו Parametric Sweep עבור `V0`, בערכים `5 10 20` V. הפיקו עבור כל ערך מתח טבלת מטען, אנרגיה וקיבול. בחרו בעת הערכת התוצאות את כל ערכי הפרמטר, כדי שלא תציגו בטעות את הריצה האחרונה בלבד.

התוצאות הצפויות בסריקת המתח

כאשר מכפילים את המתח, השדה והמטען מוכפלים, האנרגיה גדלה פי ארבעה והקיבול נשאר קבוע. בדקו את Q/V_0 בכל ריצה. אם הקיבול השתנה, התחילו בבדיקת בחירת הפתרון והביטוי שבו השתמשתם; במודל הליניארי הזה אין תלות של הקיבול במתח.

כעת שנו בכל פעם פרמטר אחד. הכפלת `er` מכפילה מטען וקיבול, אך אינה משנה את פרופיל הפוטנציאל במקרה האחיד הזה. הכפלת `d` מכפילה את הגדלים הכוללים בלי לשנות את השדה. הכפלת `g` במתח קבוע מקטינה את השדה והקיבול בחצי; מאחר שהגאומטריה השתנתה, יש לבנות מחדש את הגאומטריה ואת הרשת. סיימו בטבלה שבה לכל שינוי יש תחזית, תוצאה ויחידה. השוו את התוצאות לתחזית והסבירו את השינוי בעזרת הקשרים הפיזיקליים.

3.8 שינוי פוטנציאל הייחוס וסיכום המעבדה

לבדיקת התלות בפוטנציאל הייחוס, שאלו: מה יקרה אם נוסיף $100\,\mathrm{V}$ לשני הלוחות? לשם הניסוי החליפו את Ground בתנאי Electric Potential של $100\,\mathrm{V}$ בתחתית, וקבעו $110\,\mathrm{V}$ למעלה. הפרש הפוטנציאלים נשאר 10 וולט. הפוטנציאל בכל נקודה יגדל ב־100 וולט, אך השדה, המטען ואנרגיית השדה יישארו זהים במודל האידאלי שהגדרנו. כדי לחשב קיבול יש לחלק בהפרש המתחים, ולא בערך 110 וולט של הלוח העליון. שמרו את הניסוי בקובץ נפרד וחזרו להגדרות הבסיס לפני סריקות נוספות.

דוח המעבדה יכלול מפת פוטנציאל עם מקרא, גרף חתך של $V(y)$, טבלה עם שני המטענים וטבלה המשווה את שני חישובי הקיבול. ב־Results > Export > Data בחרו את מערך הנתונים של החתך וייצאו `V` ו־`es.Ey` לקובץ CSV. בדקו בכותרת את יחידת הקואורדינטה: שני מילימטרים הם $0.002\,\mathrm{m}$, ואין לחשב שיפוע לפני שבודקים באיזו יחידה נכתבו הקואורדינטות. לצד הקבצים כתבו את הנחות החומר האחיד והיעדר שדות השוליים. זהו המידע שקורא אחר צריך כדי לשחזר את הקיבול ולהבין מדוע הוא שונה מקיבול של רכיב ממשי בעל לוחות שממדיהם הנומינליים זהים.

4 מעבדה: השדה המגנטי של לולאת זרם

4.1 מטרת המעבדה ופתרון הייחוס

לולאת זרם משמשת מודל בסיסי להבנת השדה שיוצרים סלילים, אלקטרומגנטים ועדשות מגנטיות. נחשב את השדה במרכז הלולאה ואת התפלגותו לאורך צירה, ונשווה לפתרון אנליטי. נשתמש במודל בעל סימטריה צירית ונבדוק גם את השפעת תחום האוויר שמסביב ללולאה.

רדיוס הלולאה, הנמדד עד מרכז חתך החוט, הוא $R = 20\,\text{mm}$, ורדיוס חתך החוט הוא $a = 0.5\,\text{mm}$. בתוך החתך נכפה זרם אזימוטלי (היקפי) כולל $I_{\text{eq}} = 100\,\text{A}$. זהו מודל מגנטוסטטי, שבו הזרם נתון והשדה אינו משתנה בזמן. המודל אינו מחשב את המתח הדרוש, את התנגדות החוט או את חימומו, ואינו קובע את הזרם המרבי המותר בחוט ממשי.

עבור לולאה דקה באוויר אינסופי, חוק ביו־סבר נותן על הציר:

$$B_z(z) = \frac{\mu_0 I_{\text{eq}} R^2}{2\left(R^2 + z^2\right)^{3/2}}, \qquad B_z(0) = \frac{\mu_0 I_{\text{eq}}}{2R} = 3.14159\,\text{mT}.$$

בנקודה על הציר תרומות השדה בכיוון הרדיאלי מחלקים מנוגדים בלולאה מבטלות זו את זו. נשאר רכיב לאורך z, שסימנו נקבע לפי כלל יד ימין. ככל שמתרחקים מהמרכז השדה נחלש; במרחק גדול יחסית לרדיוס הוא דועך בקירוב כ־$1/|z|^3$. במודל הנומרי חתך החוט אינו זניח, ותחום האוויר מוגבל בגודלו. לכן יש להתחשב בהבדלים אלה בעת ההשוואה לפתרון של לולאה דקה במרחב אינסופי.

השפעת גודל הזרם וכיוונו

רשמו מה יקרה אם נכפיל את הזרם ואם נהפוך את סימנו. במודל הליניארי שנבחר, B_z יוכפל או יחליף סימן. מפת גודל השדה $|\mathbf{B}|$ תראה את ההכפלה, אך לא את היפוך הכיוון. לכן נציג גם רכיב של השדה, שסימנו מציין את כיוונו.

4.2 שלב א: הגדרת הסימטריה הצירית והפרמטרים

1. בחרו File > New > Model Wizard, ובמסך הממד בחרו 2D Axisymmetric. החתך יהיה במישור (r, z), וכל נקודה בו מייצגת טבעת מסביב לציר $r = 0$.
2. הוסיפו AC/DC > Electromagnetic Fields > Magnetic Fields (mf). בחרו ניתוח במצב מתמיד, Stationary, ולחצו Done. אם הממשק אינו מופיע, בדקו שהוא כלול ברישיון התוכנה.
3. שמרו בתיקיית תרגול חדשה בשם `current_loop_baseline.mph`. אל תחליפו את מודל החום או את הקבל שבניתם קודם.
4. ב־Global Definitions > Parameters הזינו את הטבלה. בדקו את הערכים והיחידות המוצגים בעמודת Value, כדי לוודא שהביטויים פורשו כמתוכנן.

Name	Expression	Meaning
Rloop	`20[mm]`	Mean loop radius
awire	`0.5[mm]`	Wire cross-section radius
NI	`100[A]`	Equivalent source current
Lair	`160[mm]`	Air-domain extent
Jphi	`NI/(pi*awire^2)`	Azimuthal current density
Bcenter_ref	`mu0_const*NI/(2*Rloop)`	Thin-loop center reference

השם `NI` ניתן כאן לפרמטר המייצג את הזרם השקול. אפשר לפרש אותו כזרם בלולאה אחת, או כמכפלת מספר כריכות בזרם בכריכה עבור צרור דק אידאלי. אין במודל מאה כריכות גאומטריות נפרדות. מספר כריכות הוא חסר ממד, ולכן יחידת המכפלה היא אמפר. עבור שטח חתך πa^2, צפיפות הזרם היא $1.27324 \times 10^8\ \mathrm{A/m^2}$-כ.

במודל בעל סימטריה צירית אין להגדיר עובי מחוץ למישור כמו במודל דו־ממדי מישורי. הסיבוב סביב $r = 0$ כבר מייצג גוף תלת־ממדי. גם משמעותו של עיגול קטן בחתך שונה מזו של עיגול במודל מישורי: כאן סיבובו יוצר את החוט הטבעתי כולו.

4.3 שלב ב: בניית תחום האוויר וחתך החוט

ב־Geometry 1 בחרו Length unit = mm. צרו Rectangle ברוחב `Lair`, בגובה `2*Lair` ובמיקום $(0, -L_{\mathrm{air}})$. תחום האוויר משתרע מ־$r = 0$ עד $160\ \mathrm{mm}$, ומ־$z = -160$ עד $160\ \mathrm{mm}$. אין ליצור חלק ב־$r < 0$, מפני שסיבובו ישכפל חלק מן הגוף.

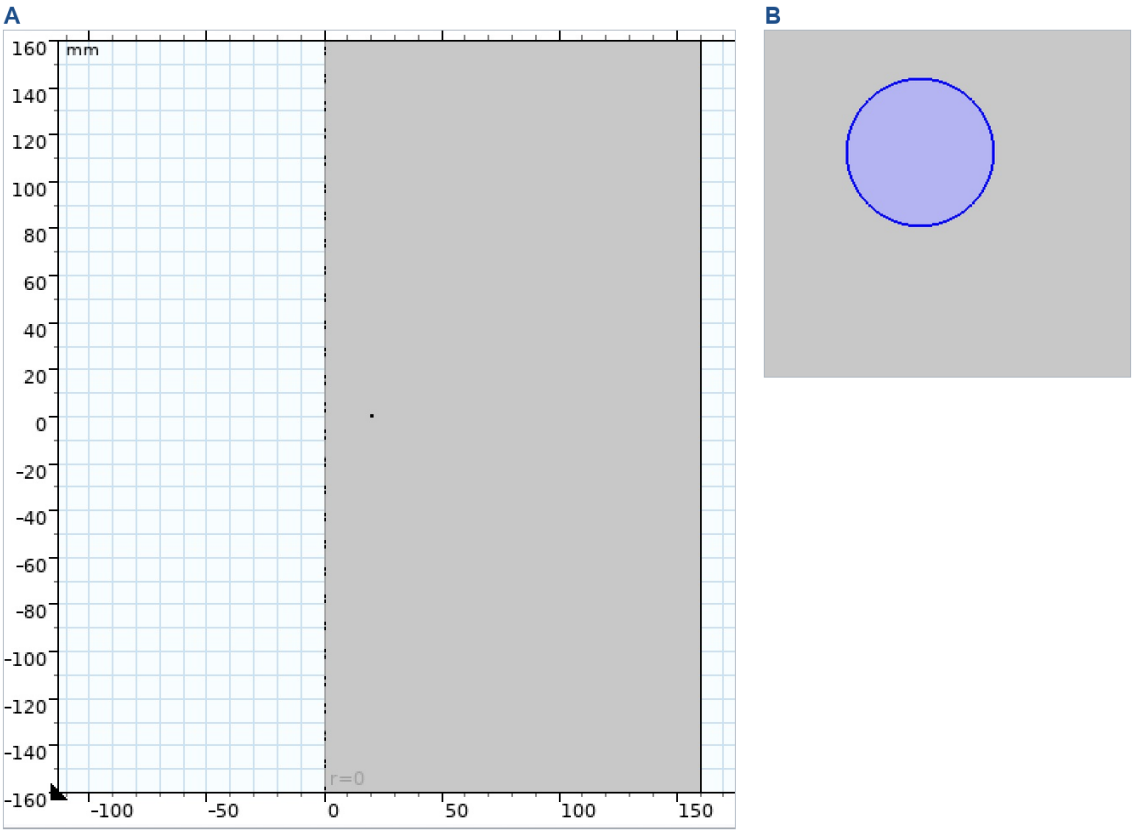
הוסיפו Circle, רדיוס `awire` ומרכז `(Rloop,0)`. השתמשו ב־Form Union ושמרו את השפה הפנימית שבין התחומים. לחצו Build All. אמורים להתקבל שני תחומים: חתך החוט העגול והאוויר שמסביבו. פעולת הפרש שמסירה את החוט בלי להשאיר תחום נפרד תמנע את הקצאת מקור הזרם כפי שנדרש כאן.

הגדירו לעיגול קבוצת בחירה בעלת שם, באמצעות Create selections בצומת הגאומטרי או Definitions > Selections > Explicit. בחרו רמת Domain. בדקו שההדגשה ממלאת רק את העיגול, ולא את מלבן האוויר. בקובץ הדוגמה קבוצת הבחירה נוצרה מתוך הגאומטריה של העיגול ומזוהה בשם `geom1_wire_dom`; אין צורך להסתמך על מספר התחום שנוצר במודל אחר.

שפות מלבן האוויר מגבילות את תחום החישוב; הן אינן מייצגות קירות של התקן. השדה הפיזיקלי ממשיך גם מחוץ לתחום החישוב. אם מציבים את הגבול קרוב מדי למקור, התנאי שמוכתב עליו משנה את השדה גם באזור המרכז. משום כך נבדוק בהמשך את `Lair`, כדי לוודא שגודל תחום האוויר מתאים לחישוב המבוקש.

4.4 שלב ג: הגדרת מקור הזרם ותנאי השפה

כל התחומים מיוצגים כחומר לא מגנטי: $\mu_r = 1$. במודל המצורף הוגדר חומר בעל תכונות קבועות: $\mu_r = 1$, $\varepsilon_r = 1$ ו־$\sigma = 0$, וממשק השדה משתמש בצומת Free Space. את צפיפות הזרם מגדירים



איור 9: שני מבטים בקני מידה שונים: A מציג את תחום האוויר המלא; B מגדיל את חתך החוט שבמרחק $20\,\mathrm{mm}$ מן הציר. סיבוב החתך סביב $r = 0$ מייצג לולאה תלת־ממדית.

בנפרד. הגדרת המוליכות כאפס היא חלק מפישוט המקור הנתון; היא אינה מתארת חוט נחושת, והמודל אינו מחשב את הזרם מתוך המוליכות והמתח.

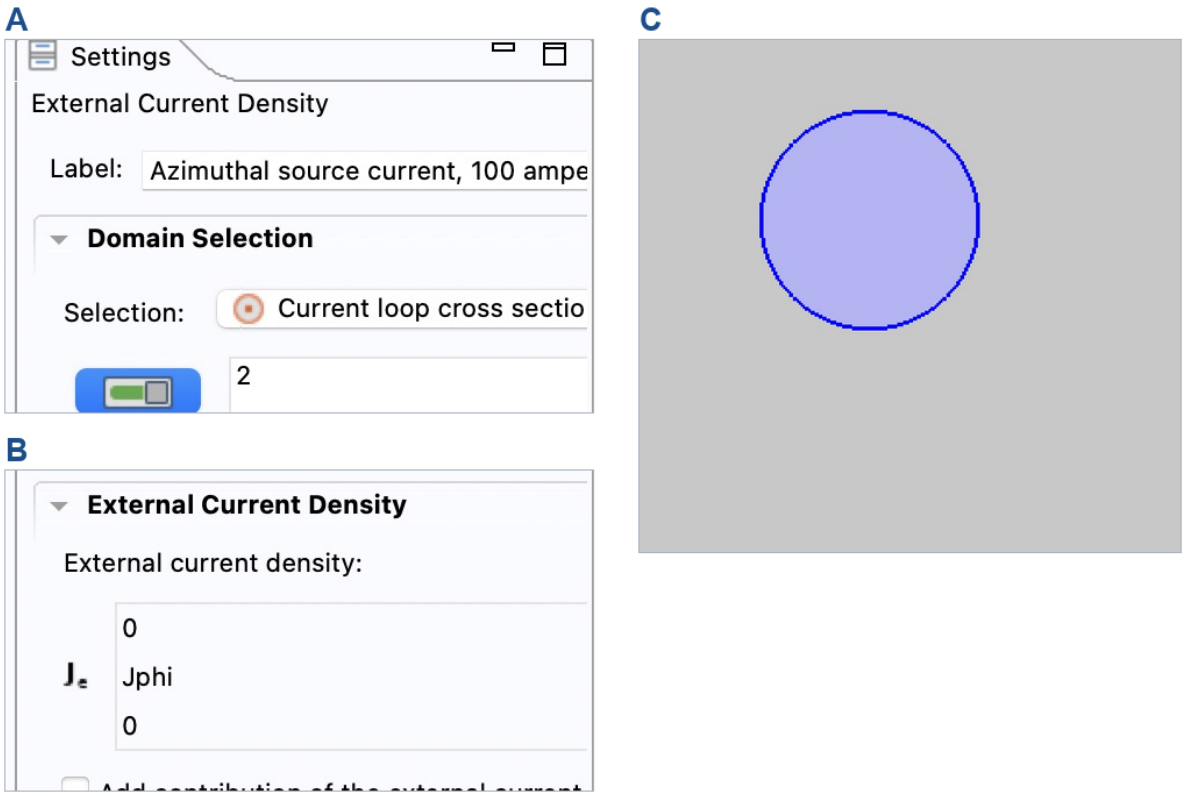
לחצו לחיצה ימנית על Magnetic Fields, ובחרו Domains > External Current Density. בחרו רק את חתך החוט. הזינו אפס ברכיב r, את `Jphi` ברכיב φ, ואפס ברכיב z. בכתיב וקטורי, בסדר הרכיבים של מערכת הקואורדינטות הגלילית (r, φ, z), מקור הזרם הוא:

$$\mathbf{J}_e = (0, J_\varphi, 0), \qquad J_\varphi = \frac{I_{\mathrm{eq}}}{\pi a^2}.$$

הזרם מקיף את הציר; הוא אינו זורם בכיוון הציר z. אינטגרל J_φ על חתך החוט במישור (r, z) הוא הזרם השקול. אין להכפיל אינטגרל חתך זה ב־$2\pi r$: גורם כזה מתאים לאינטגרל נפחי של גוף סיבוב, והוא ישנה כאן את הגודל ואת היחידות. אם מבצעים בדיקה באמצעות Surface Integration, יש לבטל במפורש את Compute volume integral; במודל בעל סימטריה צירית אפשרות זו מוסיפה כברירת מחדל את גורם הסיבוב. אינטגרל החתך ללא גורם זה צריך לתת $100\,\mathrm{A}$.

השאירו Axial Symmetry על $r = 0$. בשפות החיצוניות האחרות של מלבן האוויר פעיל Magnetic Insulation. זהו תנאי חישובי על גבול מרוחק; אין במודל שכבת מיגון מגנטי פיזית. בגבול הפנימי בין החוט לאוויר נשמרת הרציפות, ואין להוסיף עליו בידוד מלאכותי.

הקשרים הפיזיקליים המשמשים בחישוב הם $\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}_e$, $\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H}$ ו־$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$. התוכנה מחשבת את הפוטנציאל הווקטורי האזימוטלי ומפיקה ממנו את השדה המגנטי. אין צורך להוסיף ממשק חשמלי,



איור 10: מקטעים מהגדרת External Current Density: A בחירת חתך החוט, תחום 2; B וקטור צפיפות הזרם `(0,Jphi,0)`; C החתך שנבחר במבט מוגדל. החלת מקור הזרם על כל תחום האוויר הייתה משנה את הבעיה הפיזיקלית.

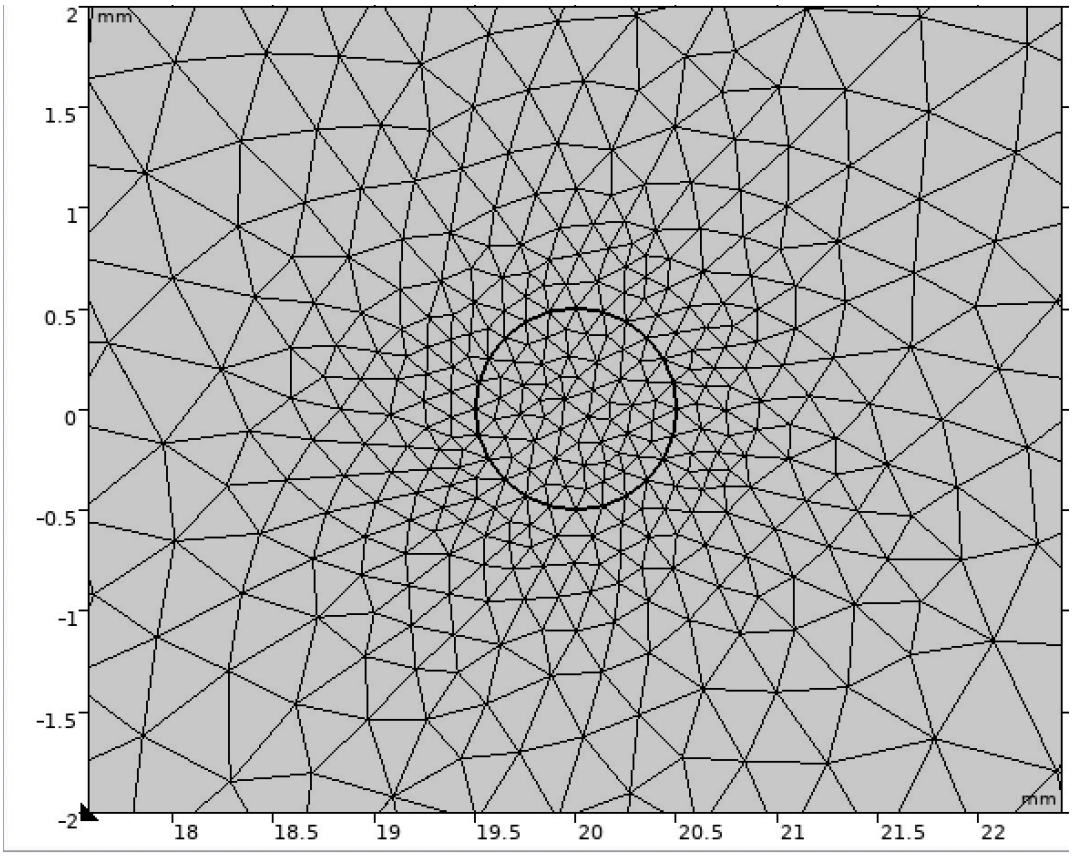
שכן הזרם מוגדר מראש ולא מחושב מתוך מתח מופעל.

4.5 שלב ד: יצירת רשת החישוב ועידונה באזור החוט

עברו ל־Mesh 1 ובחרו User-controlled mesh. הגדירו את גודל האלמנטים לפני יצירת הרשת:

1. בצומת Size הכללי בחרו Custom, והגדירו Maximum element size בערך `2 [mm]`. שאר בקרות הגודל נשארות כפי שהן לצורך ריצת הבסיס.
2. הוסיפו Size מקומי ברמת Domain, בחרו רק את חתך החוט, הפעילו הגבלת גודל מרבי והזינו `awire/3`, כ־0.167 mm.
3. הוסיפו Free Triangular לכל התחומים ולחצו Build All. הגדרת גודל האלמנטים לבדה אינה יוצרת רשת; לאחר הבנייה אמורים להופיע אלמנטים משולשים.
4. הגדילו את התצוגה באזור החוט ובדקו שיש אלמנטים גם בתוך החתך ושהרשת מתרחבת בהדרגה אל האוויר. חזרו למבט על כל התחום ובדקו שלא הושמט אזור.

במודל הבסיס התקבלו $33{,}290$ אלמנטים ו־$67{,}061$ דרגות חופש. מספרים אלה מתעדים את הריצה המסוימת, ועשויים להשתנות בהתאם לרשת ולגרסת התוכנה.



איור 11: רשת המודל בפועל, במבט מוגדל סביב חתך החוט ב־$r = 20\,\text{mm}$. בקרת הגודל המקומית נועדה לייצג חתך חוט שרדיוסו חצי מילימטר; גודל האלמנטים בתחום האוויר משפיע גם על חישוב השדה לאורך הציר.

4.6 שלב ה: פתרון המודל והצגת השדה המגנטי

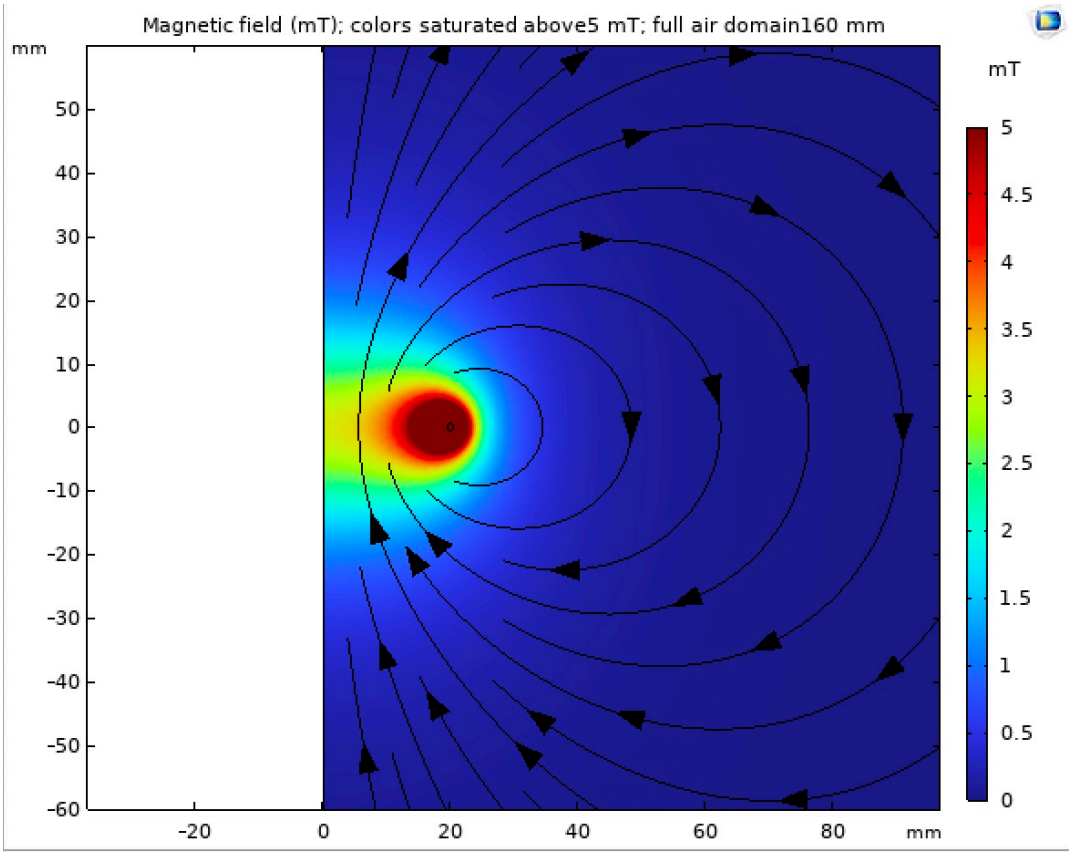
ב־Study 1 > Stationary בדקו שממשק Magnetic Fields נכלל בפתרון ולחצו Compute. קראו את האזהרות ושמרו את הקובץ לאחר פתרון מוצלח. אם אין דרגות חופש, בדקו שקיימת רשת ושממשק השדה נכלל בניתוח; אין להעריך תוצאות כאשר לא קיים פתרון תקין.

תחת Results צרו 2D Plot Group, ובתוכו Surface עם ביטוי `mf.normB` ויחידת mT. הוסיפו Streamline עם הרכיבים `mf.Br` ו־`mf.Bz`. הציגו צירים, סולם צבעים ויחידות. בהשוואה בין חישובים קבעו טווח צבעים זהה, כדי ששינוי אוטומטי בסולם לא יסתיר הבדלים בשדה.

השדה סמוך לחוט חזק מהשדה במרכז הלולאה. סולם צבעים שנקבע לפי ערך השיא ליד החוט עלול להסתיר הבדל קטן באזור המרכז. הגדילו את אזור $0 \le r \le 40\,\text{mm}$, $-30 \le z \le 30\,\text{mm}$, ובדקו גם את הערך והסימן של רכיב השדה במרכז. שינוי ההגדלה משנה את התצוגה בלבד; כל תחום האוויר ממשיך להשתתף בפתרון.

בדיקת השפעת היפוך הזרם

שמרו עותק עם `NI=-100[A]` ופתרו אותו. $|\mathbf{B}|$ צריך להישאר זהה, ואילו B_z צריך להחליף סימן. אם הצגתם רק מפה של גודל השדה, לא תוכלו להבחין בין שתי ריצות אלה. החזירו את הערך החיובי לפני שמירת ריצת הבסיס.



איור 12: מפת גודל השדה וקווי השדה המחושבים. סולם הצבעים מוגבל ל־0–$5\,\mathrm{mT}$; באזור הסמוך לחוט הצבע רווי, וייתכנו בו ערכי שדה גדולים יותר. הקווים משיקים לשדה המגנטי; הם אינם מסלולי אלקטרונים.

4.7 שלב ו: חישוב השדה לאורך הציר ובמרכז הלולאה

הוסיפו Results > Datasets > Cut Line 2D, מנקודת התחלה `(0,-60[mm])` לנקודת סיום `(0,60[mm])`. זהו ציר הלולאה. אין לבחור קו ב־$r = 20\,\mathrm{mm}$, העובר דרך מקור הזרם עצמו.

צרו 1D Plot Group, בחרו את מערך נתוני הקו, והוסיפו Line Graph עבור `mf.Bz` ביחידת mT. בנתוני הציר האופקי בחרו Expression, ביטוי `z` ויחידת mm. הוסיפו גרף קווי שני עבור הייחוס:

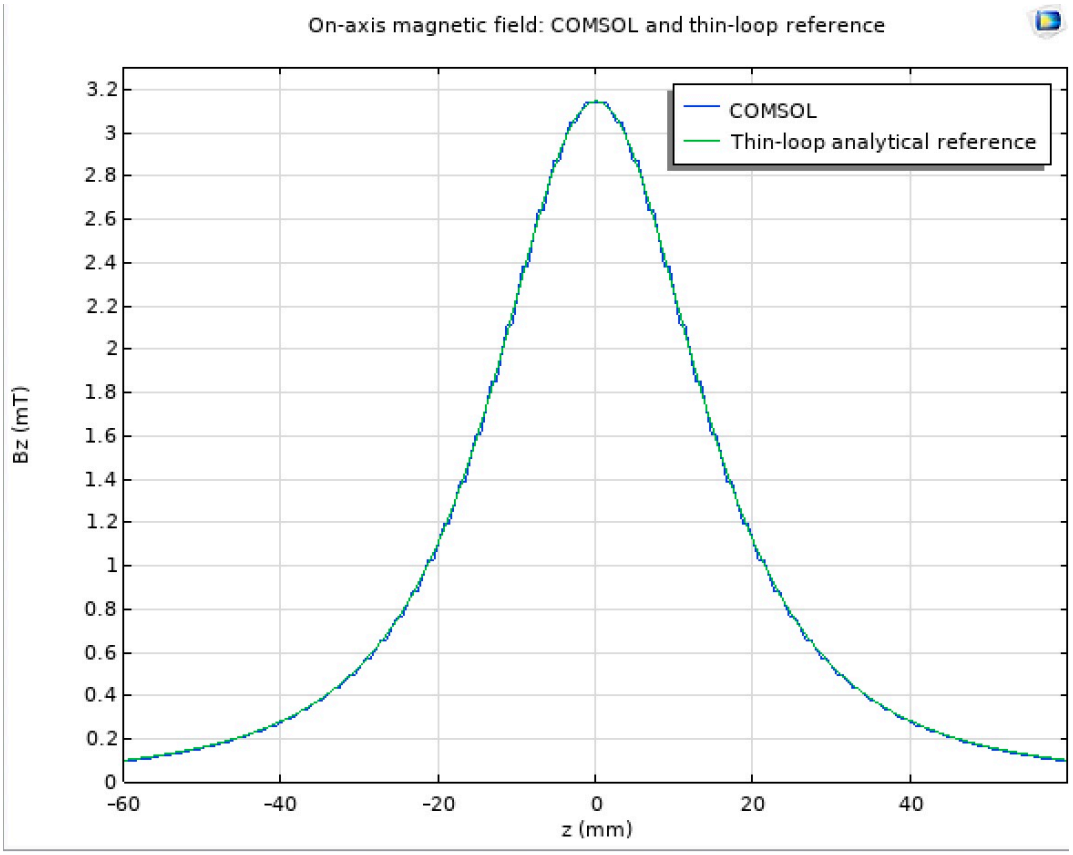
```
mu0_const*NI*Rloop^2/(2*(Rloop^2+z^2)^(3/2))
```

תנו למקרא שמות ברורים, למשל COMSOL ו־Thin-loop reference. חפיפה חזותית בין העקומות אינה מספיקה לקביעת דיוק החישוב; בהמשך נחשב את ההפרש בנקודות ובטווח מוגדר.

לבדיקת המרכז צרו Cut Point 2D במיקום $(0, 0)$, וב־Derived Values > Point Evaluation בחרו אותו עם הביטוי `mf.Bz` ויחידת mT. בריצת הבסיס התקבל:

$$B_{z,\mathrm{COMSOL}}(0) = 3.13558446\,\mathrm{mT}, \qquad B_{z,\mathrm{ref}}(0) = 3.14159265\,\mathrm{mT}.$$

ההפרש היחסי, כולל סימנו, הוא כ־-0.19125%. בקובץ המצורף קיימים שני צמתים נפרדים: COMSOL Bz at origin לתוצאה הנומרית, ו־Thin-loop analytical reference לייחוס. יש לבצע את ההערכה בקואורדינטה המוגדרת, ולא בנקודת רשת סמוכה.



איור 13: גרף B_z לאורך הציר מול ייחוס הלולאה הדקה, שהופק ממערך נתוני Cut Line 2D. יחידות הצירים הן mT ו־mm; המקרא מבחין בין הפתרון לבין הייחוס.

4.8 שלב ז: בדיקת השפעת הרשת וגודל תחום האוויר

עידון הרשת אינו מבטל את השפעת תנאי השפה בגבול תחום האוויר. הגדלת תחום האוויר, כשלעצמה, אינה משפרת את הדיוק אם הרשת באזור הציר גסה מדי. נבדוק כל שינוי בנפרד, כאשר הרדיוסים והזרם נשארים קבועים. הטבלה הבאה מתעדת חמש הרצות אמיתיות של אותו מודל, כאשר הגודל המרבי בחוט נשאר $a/3$.

L_{air} [mm]	Global max. size [mm]	$B_z(0)$ [mT]	Difference [%]
80	2	3.100065	-1.32185
160	4	3.139913	-0.05346
160	2	3.135584	-0.19125
160	1	3.136110	-0.17451
240	2	3.139135	-0.07823

לבדיקת השפעת גודל תחום האוויר השוו את השורות בגודל אלמנט $2\,\text{mm}$: הגדלת תחום האוויר מקרבת את השדה המרכזי לייחוס. לצורך בדיקת הרשת השוו רק את השורות שבהן $L_{\text{air}} = 160\,\text{mm}$. המעבר מ־$2$ ל־$1\,\text{mm}$ משנה את התוצאה בכ־0.0168%, אבל ההפרש מן הייחוס אינו קטן בעקביות

בכל שלוש הרשתות. דווקא הרשת $4\,\text{mm}$ קרובה יותר לייחוס האינסופי. אין להסיק מכך שהיא מדויקת יותר: שגיאות ממקורות שונים עשויות להתקזז חלקית, ובהם הקירוב הנומרי, תנאי השפה וההבדל בין חתך חוט סופי ללולאה דקה.

גם תחום הבדיקה חשוב. בקצוות החתך, $z = \pm 60\,\text{mm}$, ההפרש בריצת הבסיס הוא כ־$0.00618\,\text{mT}$, שהם כ־6.22% מן השדה המקומי הקטן שם. לפיכך 0.191% מתאר את המרכז בלבד, ואינו מדד לדיוק בכל המרחב. אם דרושה התאמה טובה גם רחוק יותר לאורך הציר, יש להרחיק את הגבול ולבדוק שוב את השפעת הרשת על הגודל המחושב.

4.9 שלב ח: תרגילי המשך וסיכום המעבדה

1. הכפילו `NI` ל־`200[A]` בלי לשנות גאומטריה או חומר. במודל הליניארי השדה יוכפל; ברשת ובתחום המקוריים צפוי במרכז כ־$6.27117\,\text{mT}$. זו תחזית לניסוי, ולא הרצה נוספת המתועדת בטבלה.
2. החזירו $100\,\text{A}$ והכפילו את רדיוס הלולאה. בקירוב הלולאה הדקה במרחב אינסופי, השדה במרכז קטן פי שניים. כדי להשוות בין המקרים בתנאים דומים, שמרו על יחס דומה בין ממדי תחום האוויר לרדיוס הלולאה ובדקו שוב את הרשת.
3. בדקו את הסימטריה $B_z(z) = B_z(-z)$ ואת התאפסות הרכיב הרדיאלי על הציר. קבעו סף מספרי לסטייה משמעותית מן הסימטריה, בהתחשב בגודל השדה המקומי ובדיוק החישוב.

התאמת המודל להוספת ליבה מגנטית

צומת Free Space מניח $\mu_r = 1$. שינוי המספר בחומר בלבד אינו בהכרח משנה את המשוואות אם הצומת הפעיל אינו משתמש בו. ליבה דורשת חוק חומר מתאים, ולעיתים עקומת H-B, רוויה ואי־ליניאריות. אין להציג את תוצאות הלולאה באוויר כאימות של מודל ליבה שטרם נבדק.

מסרו תרשים עם ממדים, צילום של מקור הזרם ושל הרשת, מפת שדה, גרף השדה לאורך הציר וטבלת תוצאות של בדיקת הרגישות. כתבו מהו מקור הייחוס, מהו הגודל הפיזיקלי שנבדק, אילו שינויים נבדקו ומה נותר מחוץ למודל. נתוני `magnet-axis.csv` ו־`magnet-sensitivity.csv` מצורפים לצורך בדיקה עצמאית של התוצאות המספריות.

5 מעבדה: קירור גוף כתלות בזמן

5.1 קירור כדור וקבוע הזמן התרמי

במעבדה זו נחשב את הטמפרטורה כתלות בזמן ונבדוק את משך תהליך הקירור. נבחר כדור מוצק קטן: רדיוס $r = 2\,\text{mm}$, מוליכות תרמית $k = 200\,\text{W/(m K)}$, צפיפות $\rho = 2700\,\text{kg/m}^3$, וקיבול חום סגולי $C_p = 900\,\text{J/(kg K)}$. טמפרטורתו בתחילת התהליך היא $T_i = 353.15\,\text{K}$; טמפרטורת האוויר סביבו היא $T_\infty = 293.15\,\text{K}$.

נייצג את מעבר החום בהסעה אל האוויר באמצעות מקדם קבוע $h = 10\,\text{W/(m}^2\text{K)}$. לא נפתור את זרימת האוויר עצמה, ולא נכלול קרינה. תנאי השפה מתאר את השפעת האוויר באמצעות המקדם h, שערכו הוא אחת מהנחות המודל.

קירוב הטמפרטורה האחידה

האורך האופייני הוא היחס בין נפח הגוף לשטח המעטפת: $L_c = \mathcal{V}/A = r/3$. מספר ביו (Biot) הוא

$$\mathrm{Bi} = \frac{hL_c}{k} = 3.33 \times 10^{-5}.$$

הערך הקטן מצביע על כך שהולכת החום בתוך הגוף מהירה ביחס לקצב הקירור דרך מעטפתו. לכן נוכל להניח שבכל רגע הטמפרטורה כמעט אחידה בכל נפח הכדור. הנחה זו נקראת קירוב הטמפרטורה האחידה, או מודל קיבול חום מרוכז. פתרון הייחוס הוא:

$$\rho C_p \mathcal{V} \frac{dT}{dt} = -hA(T - T_\infty), \quad \tau = \frac{\rho C_p \mathcal{V}}{hA} = 162\,\mathrm{s},$$

$$T(t) = 293.15 + 60\,\exp(-t/162) \quad [\mathrm{K}].$$

כאשר $t = \tau$, הפרש הטמפרטורות מהסביבה יורד לכ־36.8% מערכו ההתחלתי. הטמפרטורה עצמה אינה יורדת ל־36.8%, מפני שהטמפרטורה הסופית אינה אפס. לאחר 3τ נשארים כ־5% מההפרש ההתחלתי.

השוואת המודל לפתרון הייחוס

ב־COMSOL נחשב את שדה הטמפרטורה בכדור תלת־ממדי, ואילו פתרון הייחוס מניח טמפרטורה אחידה בכל נפחו. צפויה התאמה טובה משום שמספר ביו קטן מאוד. מידת ההתאמה תלויה בתכונות החומר, בממדי הגוף ובתנאי מעבר החום.

5.2 הגדרת הגאומטריה ותנאי ההתחלה

פתחו קובץ חדש, למשל sphere_cooling.mph. נבנה כדור מוצק בתלת־ממד (3D), כדי לחשב את הנפח ואת שטח המעטפת ישירות. במודל זה אין צורך בגורם הסיבוב המשמש במודל בעל סימטריה צירית.

1. ב־Model Wizard בחרו 3D, את הממשק Heat Transfer in Solids (ht), ובשלב הניתוח (Study) בחרו Time Dependent, לחישוב התלוי בזמן. אם הממשק אינו מוצג, בדקו שהוא זמין ברישיון התוכנה.
2. ב־Parameters הגדירו את הרשימה הבאה:

Name	Expression
r0	2[mm]
k0	200[W/(m*K)]
rho0	2700[kg/m^3]
Cp0	900[J/(kg*K)]
hconv	10[W/(m^2*K)]
Tamb	293.15[K]
Ti	353.15[K]

3. ב־Geometry 1 הוסיפו Sphere, הגדירו רדיוס `r0` ומרכז בראשית הצירים, ולחצו Build All. ודאו שנוצר גוף מלא ולא מעטפת חלולה.

4. הוסיפו Blank Material, בחרו את תחום הכדור והגדירו את Thermal conductivity, Density, ו־Heat capacity at constant pressure באמצעות `k0`, `rho0`, ו־`Cp0`.

5. ב־Heat Transfer in Solids > Initial Values הזינו `Ti`. הוסיפו Heat Flux על כל השפות החיצוניות, בחרו Convective heat flux, הזינו `hconv` כמקדם ואת `Tamb` בשדה External temperature, לאחר בחירת User defined, אם נדרש.

כל מעטפת הכדור חשופה לאותם תנאי סביבה. בתוכנה המעטפת עשויה להיות מחולקת לכמה שפות; עבור כדור יחיד זה אפשר לבחור ב־All boundaries. אל תוסיפו Temperature של `Tamb` על המעטפת: תנאי כזה יקבע את טמפרטורת המעטפת לטמפרטורת הסביבה ויתאר תהליך קירור שונה.

תנאי ההתחלה ותנאי ההסעה

ב־$t = 0$ הגוף חם והסביבה קרה. תנאי ההתחלה קובע את הטמפרטורה בנפח; תנאי ההסעה קובע את שטף החום דרך המעטפת. יש להגדיר את שניהם.

להרחבה: הגדרת תנאי שפה למעבר חום בהסעה.

5.3 הגדרת זמני שמירת התוצאות וסבולת השגיאה

צרו רשת חישוב מסוג Physics-controlled ובחרו גודל אלמנטים Normal. שדה הטמפרטורה צפוי להיות כמעט אחיד, ולכן נתחיל ברשת זו ונבדוק בהמשך את השפעת עידונה על התוצאות.

בצומת Study 1 > Step 1: Time Dependent הגדירו יחידת זמן s, ובשדה Output times כתבו `range(0,10,600)`. הביטוי מגדיר שמירת תוצאות בכל עשר שניות, מ־0 עד $600\,\mathrm{s}$, כולל זמן ההתחלה וזמן הסיום. משך החישוב הוא כ־3.7τ, ובסופו טמפרטורת הגוף צפויה להיות קרובה לטמפרטורת הסביבה.

צעדי הזמן של הפותר הנומרי

הפותר הנומרי מתאים בדרך כלל את צעדי הזמן הפנימיים לשינויים בפתרון ולסבולת השגיאה. זמני שמירת התוצאות (Output times) אינם בהכרח צעדי הזמן שבהם הפותר מחשב את הפתרון; חלק מהתוצאות השמורות עשויות להתקבל באינטרפולציה בין צעדים פנימיים. לכן החלפת המרווח מ־10 ל־$1\,\mathrm{s}$ אינה בדיקת דיוק מספקת בפני עצמה.

פתרו את המודל פעם אחת ושמרו את התוצאות. אחר כך בחרו Tolerance > User controlled, קבעו Relative tolerance של `1e-3`, ופתרו שוב; לחישוב השוואתי השתמשו ב־`1e-4`. השוו טמפרטורה ממוצעת בזמן נתון, למשל $300\,\mathrm{s}$, ואת הזמן שבו היא יורדת מתחת לסף שבחרתם. הסבולת היחסית שולטת באמידת שגיאה נומרית; היא אינה מבטיחה אותה שגיאה יחסית בכל גודל פיזיקלי נגזר.

בדיקת השפעת הרשת וסבולת השגיאה

השאירו את הגדרות הזמן ללא שינוי ופתרו ברשת Fine. לאחר מכן השאירו את הרשת ללא שינוי והקטינו את סבולת השגיאה. כך אפשר לזהות מה גרם לשינוי. תעדו זמן חישוב, מספר דרגות חופש והפרש בתוצאה; דרישת דיוק גבוהה יותר מאריכה בדרך כלל את זמן החישוב, אך אינה מפצה על ערך שגוי של h.

בדיקה עצמית

הביטוי `range(0,10,600)` מגדיר 61 זמנים לשמירת תוצאות. אם הטבלה כוללת שורה אחת בלבד, בדקו שהערכתם את כל הזמנים ולא רק את האחרון.

להרחבה: הקשר בין זמני שמירת התוצאות לצעדי הזמן של הפותר.

5.4 חישוב עקומת הקירור

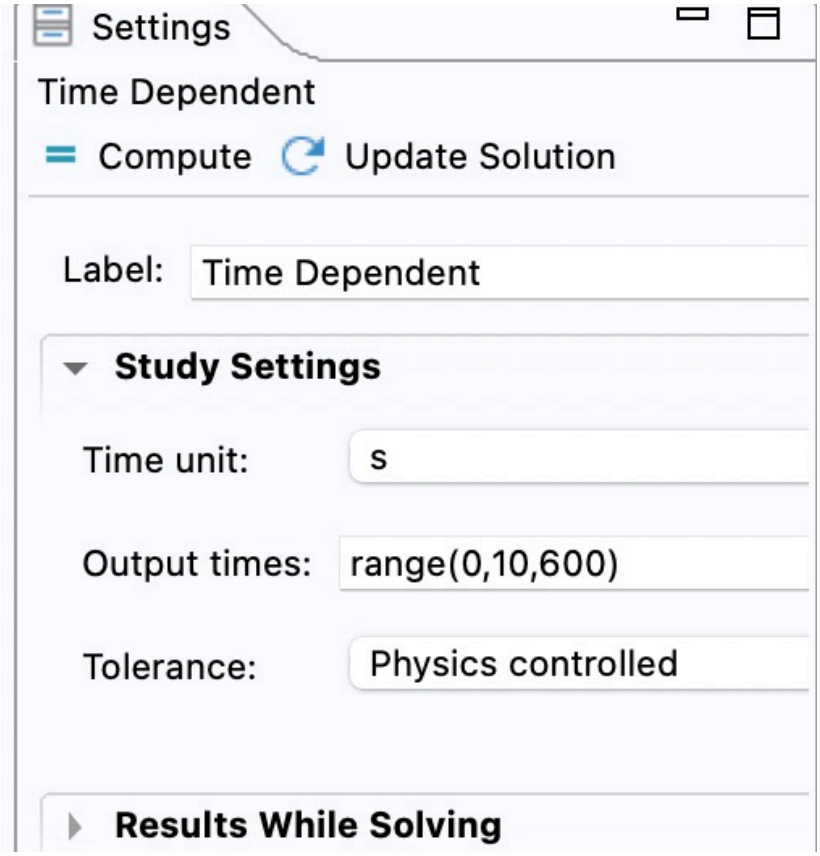
הוסיפו Derived Values > Average > Volume Average, בחרו את תחום הכדור, את הביטוי `T`, ואת כל הזמנים. לחצו Evaluate. ב־Results אפשר להוסיף 1D Plot Group > Table Graph, לבחור בטבלה זו ולהציג את הזמן בשניות ואת הטמפרטורה בקלווין. לצד הממוצע, חשבו Volume Maximum ו־Volume Minimum של `T`; הפער ביניהם אמור להיות קטן בתרגיל זה.

בדיקת מאזן האנרגיה

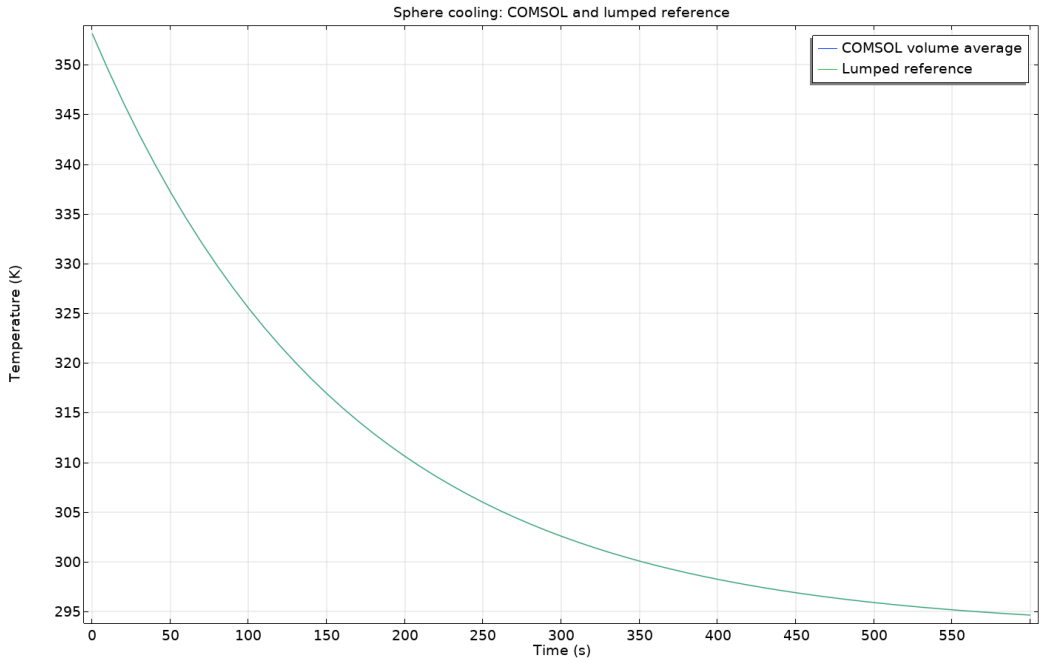
ב־Volume Integration חשבו את עודף האנרגיה התרמית של הגוף ביחס לטמפרטורת הסביבה באמצעות `rho0*Cp0*(T-Tamb)`. בתחילת התהליך ערך הייחוס הוא $U(0) = 4.8858\,\mathrm{J}$. ב־Surface Integration על כל המעטפת חשבו את הספק החום היוצא: `hconv*(T-Tamb)`. בתחילה הוא כ־$0.03016\,\mathrm{W}$.

מאזן האנרגיה צריך לקיים $U(t) - U(0) = -\int_0^t P_{\mathrm{out}}(s)\,ds$. אפשר לייצא את שתי הטבלאות ל־CSV ולבצע אינטגרציה בזמן בשיטת הטרפזים. כאשר מחשבים את האינטגרל מתוך תוצאות שנשמרו בכל עשר שניות, מתקבלת גם שגיאת קירוב של האינטגרל. בדקו כיצד היא משתנה כאשר שומרים תוצאות במרווחי זמן קטנים יותר. יש להבחין בין שגיאה זו לבין שגיאת החישוב של הטמפרטורה.

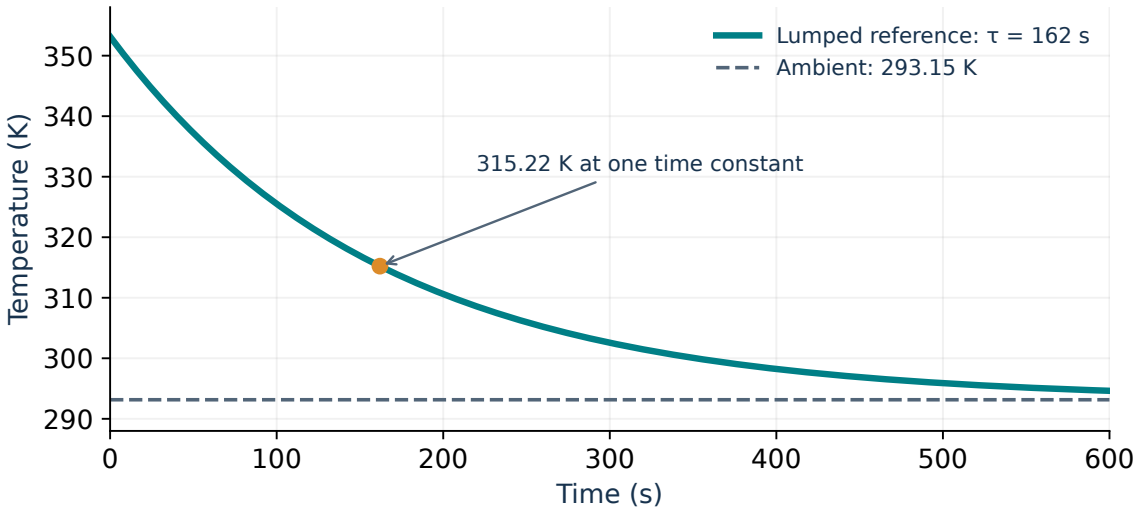
להרחבה: אינטגרציה של ערכים נגזרים.



איור 14: הגדרות הניתוח התלוי בזמן במודל הכדור. זמני שמירת התוצאות מוגדרים בשדה Output times; סבולת השגיאה מוגדרת בנפרד.



איור 15: עקומת הטמפרטורה הממוצעת שהופקה מן הפתרון השמור ב־COMSOL, עד $600\,\mathrm{s}$. יש להשוות את המגמה ואת הערכים לנוסחת הייחוס.



איור 16: פתרון ייחוס אנליטי בקירוב הטמפרטורה האחידה, עבור $\tau = 162\,\mathrm{s}$. זהו גרף מחושב מן הנוסחה, ולא צילום מסך של פתרון COMSOL.

5.5 השוואה לפתרון הייחוס ותרגילי המשך

העקומה אינה ישרה: בתחילת הקירור הפרש הטמפרטורות גדול ולכן ההספק היוצא גדול. ככל שהגוף מתקרר, הפרש הטמפרטורות קטן וקצב הקירור מואט. בהנחות המודל, הטמפרטורה מתקרבת ל־T_∞ מלמעלה ואינה חוצה אותה.

t [s]	T_{ref} [K]	T_{ref} [°C]
0	353.150	80.000
162	315.223	42.073
324	301.270	28.120
486	296.137	22.987
600	294.628	21.478

אלו ערכי ייחוס מן הנוסחה; לצורך השוואה בדיוק בזמנים 162, 324, ו־$486\,\mathrm{s}$, הוסיפו אותם לרשימת זמני שמירת התוצאות או בחרו הערכה בזמנים מתאימים מתוך הפתרון. אי־אפשר להשוות שורה ב־$160\,\mathrm{s}$ לערך ייחוס של $162\,\mathrm{s}$ ולכנות את ההפרש שגיאה נומרית.

1. מתי הטמפרטורה מגיעה ל־$40\,^\circ\mathrm{C}$, שהם $313.15\,\mathrm{K}$? פתרו $60e^{-t/162} = 20$: מתקבל $t = 162\ln 3 \approx 178.0\,\mathrm{s}$.

2. הכפילו את `hconv`. קבוע הזמן קטן במחצית ל־$81\,\mathrm{s}$. מספר ביו מוכפל אך נשאר קטן מאוד, ולכן קירוב הטמפרטורה האחידה עדיין מתאים.

3. הכפילו את הרדיוס בלבד. הנפח גדל פי שמונה והשטח פי ארבעה, ולכן קבוע הזמן גדל פי שניים ל־$324\,\mathrm{s}$. בדקו זאת בבניית גאומטריה ורשת חדשות.

מגבלות קירוב הטמפרטורה האחידה

בחומר בעל מוליכות נמוכה, בגוף גדול, במקדם גבוה של מעבר חום בהסעה או בתוספת קרינה עלולים להיווצר הפרשי טמפרטורה פנימיים משמעותיים. במקרים אלה קירוב הטמפרטורה האחידה עלול שלא להתאים, ויש לחשב את שדה הטמפרטורה ולבדוק מחדש את הנחות המודל.

6 מעבדה: חימום ג׳אול וצימוד פיזיקלי

6.1 המרת אנרגיה חשמלית לחום

במעבדה זו נשלב הולכת זרם חשמלי והולכת חום באותו מודל. נשתמש בפס בעל אורך $L = 40\,\text{mm}$, גובה $H = 10\,\text{mm}$ ועובי $d = 1\,\text{mm}$. המוליכות החשמלית קבועה, $\sigma = 10^5\,\text{S/m}$, והמוליכות התרמית $k = 10\,\text{W/(m K)}$. תכונות החומר נבחרו לצורך התרגיל ואינן מתארות מתכת מסוימת.

נקבע בקצה השמאלי פוטנציאל חשמלי $V_0 = 0.1\,\text{V}$, ובקצה הימני פוטנציאל אפס. שני הקצוות יוחזקו ב־$T_b = 293.15\,\text{K}$. השפות האופקיות מבודדות מבחינה חשמלית ותרמית. נזניח תלות של תכונות החומר בטמפרטורה, וכן מעבר חום בהסעה ובקרינה. נקבל צימוד חד־כיווני: הזרם החשמלי יוצר חום, אך עליית הטמפרטורה אינה משפיעה על המוליכות החשמלית.

הקשר בין הזרם החשמלי ליצירת החום

$$\mathbf{E} = -\nabla V, \qquad \mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}, \qquad Q_J = \mathbf{J}\cdot\mathbf{E} = \sigma |\mathbf{E}|^2 .$$

Q_J הוא ההספק החשמלי המומר לחום ליחידת נפח. גודל זה משמש מקור חום נפחי במשוואת הולכת החום. לפני הפתרון הנומרי נחשב את ההתנגדות, הזרם וההספק הצפויים:

$$R = \frac{L}{\sigma H d} = 0.04\,\Omega, \quad I = \frac{V_0}{R} = 2.5\,\text{A}, \quad P = V_0 I = 0.25\,\text{W}.$$

מכאן $E_x = 2.5\,\text{V/m}$, $J_x = 2.5\times 10^5\,\text{A/m}^2$, ו־$Q_J = 625000\,\text{W/m}^3$.

הקשר בין מתח, זרם והספק

ההתנגדות בדוגמה קטנה. לכן גם מתח נמוך עשוי לגרום לזרם גדול ולהספק משמעותי. בדקו את R, את שטח החתך ואת יחידות σ לפני שמפרשים את התוצאה.

להרחבה: צימוד חימום אלקטרומגנטי בתיעוד הרשמי.

6.2 הוספת הממשקים הפיזיקליים

פתחו מודל חדש ב־2D. הוסיפו Electric Currents (ec) ו־Heat Transfer in Solids (ht) לאותו Component. בשלב הניתוח בחרו Stationary, לחישוב במצב מתמיד. אם כבר נוצר מודל עם ממשק אחד, אפשר להוסיף את הממשק השני באמצעות Add Physics. נגדיר את מקור החום ידנית, כדי להציג במפורש את הקשר בין הפתרון החשמלי לפתרון התרמי.

האפשרות Joule Heating בתוכנה מאפשרת להוסיף מראש את הממשקים ואת הצימוד ביניהם. בתרגיל זה נשתמש בהגדרה ידנית של מקור החום. הפעלה של הצימוד האוטומטי במקביל למקור הידני תספור את אותם הפסדים פעמיים ותכפיל את החימום.

הגדרת הפרמטרים והגאומטריה

השתמשו בפרמטרים `L`, `H`, `d` ו־`k0` ממעבדת החום. הוסיפו `V0=0.1[V]`, `sigma0=1e5[S/m]` ו־`Tb=293.15[K]`. צרו מלבן בגודל `L` על `H`, במיקום $(0, 0)$. הגדירו קבוצות בחירה בשם `left`, `right` ו־`horizontal` לפי מיקומן הגאומטרי.

הוסיפו Blank Material שמוקצה לתחום היחיד. הזינו מוליכות חשמלית `sigma0`, מוליכות תרמית `k0`, צפיפות `2700[kg/m^3]` וקיבול חום סגולי `900[J/(kg*K)]`. אם הממשק דורש תכונות חומר נוספות, בדקו את משמעותן. עבור המקדם הדיאלקטרי היחסי אפשר להשתמש בערך 1 בתרגיל זה; הוא אינו משפיע על פתרון הולכת הזרם במצב המתמיד הנבחן כאן.

הגדרת עובי הפס בשני הממשקים

בצומת הראשי של כל אחד משני הממשקים הגדירו את העובי מחוץ למישור באמצעות `d`. יש להזין את העובי בנפרד בכל ממשק. בהמשך נבדוק את עקביות ההגדרה באמצעות הזרם I, ההספק P ואינטגרל מקור החום.

בדיקת הגדרות המודל

בעץ המודל צריכים להופיע שני ממשקים פיזיקליים באותו רכיב, רשת חישוב אחת וניתוח אחד במצב מתמיד. המודל אינו מצריך ממשק זרימה או מכניקה, וגם לא תחום אוויר. שמרו בשם `joule_baseline.mph`.

להרחבה: הבדל בין הוספה ידנית לבין ממשק צימוד מוכן.

6.3 הגדרת תנאי השפה ומקור החום

ב־Electric Currents הוסיפו Electric Potential על השפה השמאלית, בערך `V0`, ו־Ground על השפה הימנית. השאירו Electric Insulation בשפות האופקיות. הפוטנציאל צפוי לרדת משמאל לימין, ולכן השדה והזרם יהיו בכיוון x החיובי.

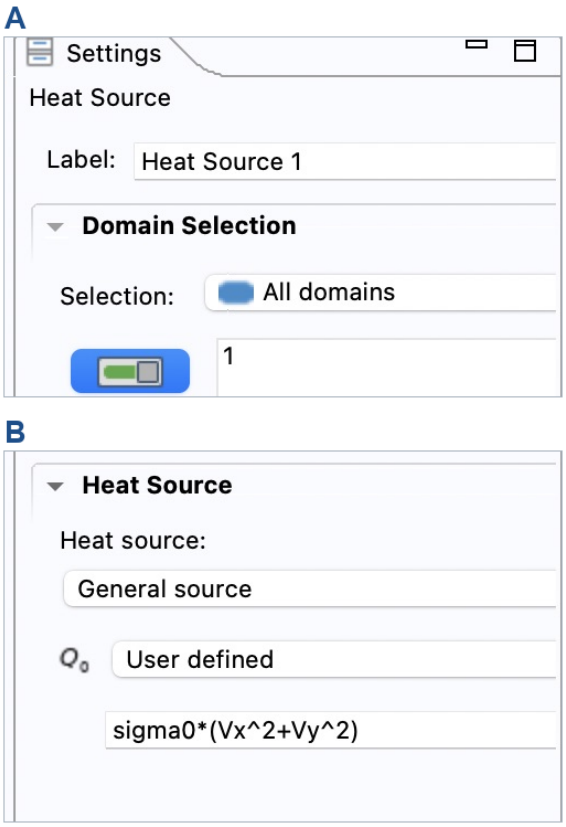
ב־Heat Transfer in Solids הוסיפו Temperature על שתי שפות הקצה ובחרו `Tb`. השאירו Thermal Insulation בשפות האופקיות. בדקו בנפרד את השפות שנבחרו בכל ממשק. גם כאשר השפות זהות, התנאים החשמליים והתרמיים המוגדרים עליהן שונים.

הגדרת מקור החום

בממשק החום הוסיפו Heat Source, בחרו את תחום המלבן ואת האפשרות General source. הזינו מקור נפחי מפורש:

```
sigma0*(Vx^2+Vy^2)
```

כאן `Vx` ו־`Vy` הם הביטויים לנגזרות הפוטנציאל לפי x ולפי y, בהתאמה. במודל המישורי $E_x = -V_x$, $E_y = -V_y$, ולכן סכום ריבועיהן הוא $|\mathbf{E}|^2$. יש רק פוטנציאל חשמלי אחד בשם `V`. אם שמות המשתנים במודל שלכם שונו, התאימו גם את הביטוי.



איור 17: הגדרה ידנית של מקור חום נפחי: צפיפות ההספק המחושבת מן הפתרון החשמלי משמשת מקור במשוואת הולכת החום.

אפשר לחלופין לבחור מתוך רשימת הביטויים את צפיפות הספק ההפסדים של ממשק ec, או להשתמש ב־`ec.Jx*ec.Ex+ec.Jy*ec.Ey`. שתי האפשרויות שקולות עבור חומר שמוליכותו קבועה. השתמשו באפשרות אחת בלבד ובדקו שיחידת המקור היא $\mathrm{W/m^3}$. אל תזינו בשדה זה את ההספק הכולל $0.25\,\mathrm{W}$.

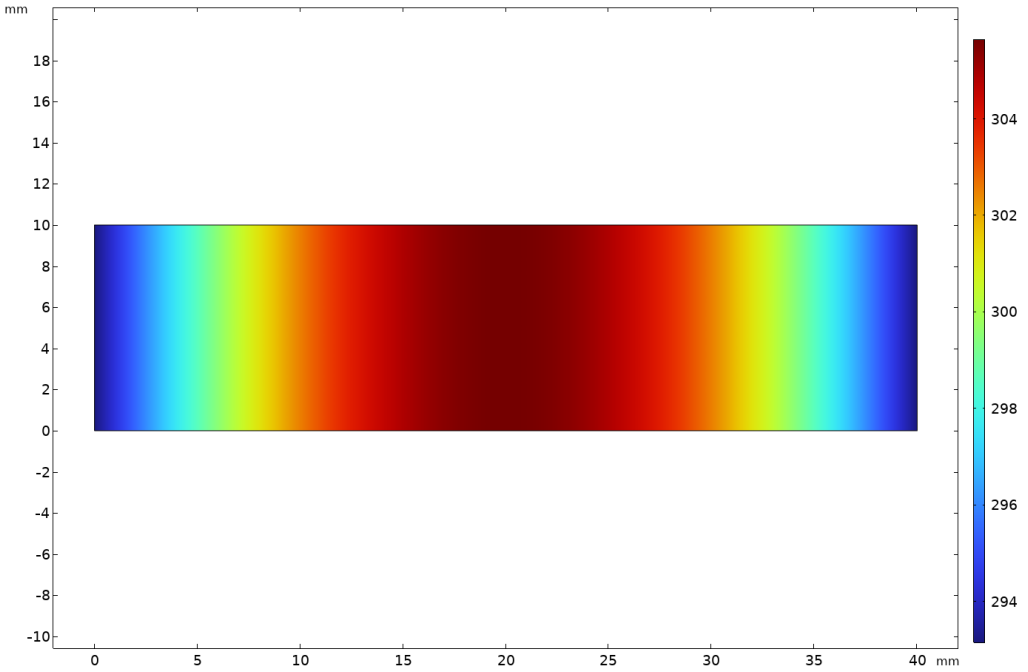
בדיקת הצימוד בין הממשקים

לאחר הרצת הבסיס, פתרו עותק עם $V_0 = 0$. צפיפות הזרם, מקור החום ועליית הטמפרטורה צריכים להתאפס. אם נשאר חימום, חפשו מקור נוסף או פתרון ישן שמוצג בטעות.

להרחבה: מקור נפחי ואפשרויות הזנה מממשק חשמלי.

6.4 פתרון המודל ובדיקת מאזן ההספק

צרו רשת חישוב בגודל Normal. ב־Study > Stationary ודאו ששני הממשקים מסומנים לפתרון. לחצו Compute. הציגו בנפרד מפת פוטנציאל `V` ומפת טמפרטורה `T`, ובכל מפה ציינו את היחידה. הפוטנציאל צפוי להשתנות באופן ליניארי לאורך הפס. התפלגות הטמפרטורה צפויה להיות סימטרית, עם ערך מרבי באמצע הפס.



איור 18: מפת הטמפרטורה במודל ג׳אול שנפתר בפועל ב־COMSOL. שיא הטמפרטורה נמצא במרכז הפס, ושני קצותיו מוחזקים באותה טמפרטורה.

בדיקת ההספק בשלוש דרכים

1. ב־Line Integration על השפה הימנית, חשבו `d*ec.Jx`. האינטגרל צריך לתת $I = 2.5\,\mathrm{A}$. הכפילו ב־V_0 וקבלו $P = 0.25\,\mathrm{W}$.
2. ב־Surface Integration על המלבן חשבו `d*sigma0*(Vx^2+Vy^2)`. היחידה צריכה להיות ואט; זהו ההספק החשמלי המומר לחום.
3. חשבו את הספק החום היוצא דרך כל אחת משתי שפות הקצה. בימין הביטוי `d*(-k0*Tx)`, ובשמאל `d*(k0*Tx)`. הספק החום היוצא מכל קצה צריך להיות $0.125\,\mathrm{W}$; הסכום הוא $0.25\,\mathrm{W}$.

הסימנים בשורה האחרונה נובעים מכיוון הנורמל החוצה: $+x$ בימין ו־$-x$ בשמאל. אין להשתמש בערך מוחלט בלי להבין קודם מהי מוסכמת הסימן, כי כך אפשר להסתיר סימנים שגויים בחישוב השטפים.

הטמפרטורה המרבית

עבור מקור חום אחיד, הפתרון האנליטי הוא

$$T(x) = T_b + \frac{\sigma (V_0/L)^2}{2k} x(L-x), \qquad T_{\max} = T_b + \frac{\sigma V_0^2}{8k} = 305.65\,\mathrm{K}.$$

בדקו בעזרת Cut Point 2D בנקודה $(L/2, H/2)$. השוו גם לקו חתך מלא; בדיקת הטמפרטורה המרבית לבדה אינה מספיקה כדי לזהות התפלגות שאינה סימטרית.

זיהוי כפל במקור החום

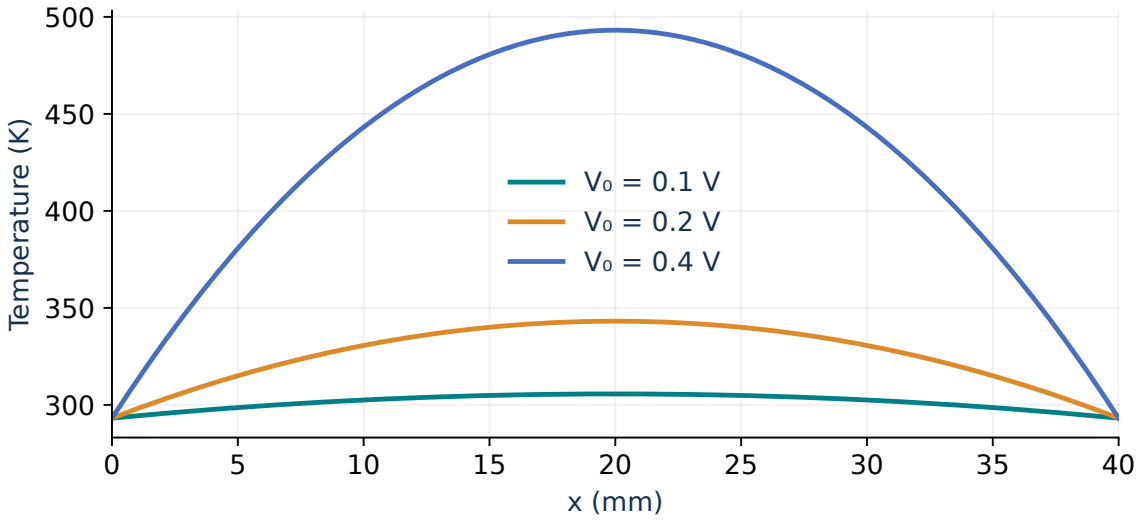
בדקו אם Electromagnetic Heating פעיל במקביל ל־Heat Source הידני. אם ההספק שגוי פי אלף, בדקו את העובי ואת יחידות ההמרה בין אינטגרל שטחי לנפח.

6.5 השפעת מתח ההזנה על החימום

הוסיפו Parametric Sweep עבור `V0` עם הערכים `0.1 0.2 0.4` ביחידת V. בנו טבלה הכוללת מתח, זרם, הספק וטמפרטורת אמצע. השוו את התוצאות לתחזית האנליטית הבאה:

V_0 [V]	I [A]	P [W]	$T_{\max}$ [K]
0.1	2.5	0.25	305.65
0.2	5.0	1.00	343.15
0.4	10.0	4.00	493.15

הזרם תלוי במתח ליניארית. ההספק ועליית הטמפרטורה מעל T_b תלויים בו ריבועית. הוספת $0.1\,\text{V}$ אינה מגדילה את הטמפרטורה באותה מידה בכל נקודת עבודה. את היחס הריבועי בודקים על $T_{\max} - T_b$, ולא על הטמפרטורה המוחלטת.



איור 19: עקומות ייחוס אנליטיות בשלושה מתחים. בתנאי המצב המתמיד כל ההספק הנוצר בפס מועבר החוצה דרך קצותיו, המוחזקים בטמפרטורה קבועה.

מגבלות ההנחה של תכונות חומר קבועות

הטמפרטורה הגבוהה המתקבלת עבור $0.4\,\text{V}$ נובעת מהנחת תכונות החומר הקבועות. בחומר ממשי התכונות עשויות להשתנות בטמפרטורה זו. הסעה, קרינה, מגע תרמי ותלות חומר בטמפרטורה עשויים לשנות את התוצאה.

בדיקת השפעת העובי

אם נכפיל רק את d, הזרם וההספק יוכפלו. הטמפרטורה במודל האידאלי הזה לא תשתנה, כי גם נפח החימום וגם שטח חתכי ההולכה מוכפלים. שינוי עובי אינו בהכרח דרך להפחית את הטמפרטורה המרבית כאשר המתח מוכתב.

6.6 צימוד דו־כיווני ותלות המוליכות בטמפרטורה

עד כה הנחנו ש־σ ו־k קבועים, ולכן אפשר היה לפתור תחילה את הבעיה החשמלית ולאחר מכן את הבעיה התרמית. בחומר ממשי ההתנגדות עשויה להשתנות עם הטמפרטורה. כאשר המוליכות החשמלית תלויה בטמפרטורה המחושבת, עליית הטמפרטורה משפיעה בחזרה על הזרם ועל מקור החום, והצימוד הוא דו־כיווני.

הוספת תלות של המוליכות בטמפרטורה

שמרו עותק. הגדירו פרמטר חדש `alphaR=0.004[1/K]`, וטמפרטורת ייחוס `Tref=293.15[K]`. החליפו את המוליכות הקבועה בחוק לימודי:

$$\sigma(T) = \frac{\sigma_0}{1 + \alpha_R (T - T_{\mathrm{ref}})}.$$

אם תעשו זאת, יש לעדכן גם את מקור החום הידני ל־$\sigma(T)(V_x^2 + V_y^2)$. השארת `sigma0` במקור בזמן שהזרם משתמש ב־$\sigma(T)$ תפר את העקביות. חלופה היא להפיק את $\mathbf{J}\cdot\mathbf{E}$ ישירות מהממשק החשמלי.

התחילו במתח קטן. פתרו את שני הממשקים הפיזיקליים יחד, ואז עלו בהדרגה במתח באמצעות סריקה שמשתמשת בפתרון הקודם כנקודת התחלה, לפי הגדרות שלב הניתוח. אם הפתרון אינו מתכנס, חזרו למתח הנמוך ובדקו כל שינוי בנפרד. הקטנת סבולת השגיאה אינה מתקנת חוק חומר שאינו מתאים לבעיה.

השפעת תנאי ההזנה על ההספק

עליית התנגדות עם טמפרטורה נוטה להפחית את ההספק הכולל כאשר המתח מוכתב; תחת זרם מוכתב המגמה עשויה להיות הפוכה. ההתפלגות המקומית כבר אינה בהכרח אחידה, ולכן אין להשתמש אוטומטית בפרבולה של המקרה הקבוע.

תוצאות ובדיקות נדרשות

הציגו את חוק החומר, טווח הטמפרטורה, השינוי בהספק ובטמפרטורה המרבית, ובדיקת $VI = \int \mathbf{J}\cdot\mathbf{E}\, d\mathcal{V}$. הרחבה זו מיועדת לעבודה עצמאית; תוצאותיה לא נכללו בהרצות האימות המצורפות לחוברת.

להרחבה: הגדלה הדרגתית של העומס במודלים לא ליניאריים במצב מתמיד.

7 אימות התוצאות, בדיקות רגישות ופרויקט מסכם

7.1 בדיקת התכנסות הרשת

יש להבחין בין אימות נומרי לבין תיקוף פיזיקלי. אימות נומרי בודק אם המשוואות שנבחרו נפתרו ברמת הדיוק הנדרשת; לשם כך משווים לפתרון אנליטי ובודקים את השפעת עידון הרשת. תיקוף פיזיקלי בודק אם המודל מתאר את המערכת הממשית, באמצעות בחינת ההנחות והשוואה למדידות. גם פתרון נומרי מדויק עלול להתבסס על תנאי סביבה שאינם מתאימים למערכת.

בדיקת השפעת צפיפות הרשת

בחרו את הגודל הפיזיקלי הנבדק לפני תחילת הבדיקה: טמפרטורת אמצע, הספק, קיבול או ממוצע בתחום. שמרו גאומטריה, חומרים, תנאי שפה והגדרות פותר קבועים. פתרו את המודל באמצעות לפחות שלוש רשתות בצפיפויות שונות ורשמו את מספר דרגות החופש, את ערך הגודל המחושב ואת זמן החישוב.

אם S_i הוא הערך ברשת i, מדד פשוט לשינוי הוא

$$\delta_i = \frac{|S_i - S_{i-1}|}{\max(|S_i|, S_{\text{scale}})}.$$

בחרו $S_{\text{scale}} > 0$ בעל אותן יחידות כדי להימנע מחלוקה באפס. כאשר בודקים עליית טמפרטורה קטנה, נתחו $T - T_b$ ולא רק T המוחלטת, משום שנרמול באמצעות הטמפרטורה המוחלטת עלול להסתיר שינוי יחסי משמעותי בעליית הטמפרטורה.

קביעת סף הדיוק הנדרש

סף הדיוק תלוי במטרת החישוב ובדרישות התכן. לצורך תרגיל אפשר להציב יעד של שינוי קטן מ־1% בעליית הטמפרטורה בשתי רמות עוקבות, ולדרוש גם מאזן הספק עקבי. זהו יעד לימודי, לא תקן אוניברסלי. כאשר גבול התכן קרוב לתוצאה, נדרש מרווח ברור ביחס לשגיאה הנומרית ולאי־ודאות בנתוני הקלט.

פתרונות פשוטים וסינגולריות גאומטריות

קו ישר או פרבולה יכולים להיות מיוצגים היטב בסדר קירוב מתאים גם ברשת גסה. מנגד, שדה ליד פינה חדה אידאלית עלול לגדול עם העידון בלי להתכנס לשיא סופי. במקרה כזה אין להסתפק בהגדלת מספר האלמנטים; יש לבדוק את הגאומטריה ואת התאמת הגודל הנבדק למטרת החישוב.

להרחבה: בדיקת התכנסות ודיוק.

להרחבה: זיהוי סינגולריות בגאומטריה.

7.2 בדיקת מאזני שימור

בדיקת מאזן משווה בין הגדלים המחושבים בחלקים שונים של המודל בהתאם לחוק שימור. אפשר לבצע אותה גם כשאין פתרון אנליטי מלא. לפני החישוב יש להגדיר כיוון חיובי ולכלול את כל השפות הרלוונטיות.

אנרגיה תרמית

במצב מתמיד, כאשר קיים מקור חום נפחי ואין אגירת אנרגיה:

$$\int_{\partial\Omega} \mathbf{q} \cdot \mathbf{n}\, dA = \int_{\Omega} Q\, d\mathcal{V}.$$

בפס ג׳אול נוצר הספק חום של $0.25\,\mathrm{W}$, וכל אחד משני הקצוות מסלק $0.125\,\mathrm{W}$. בדוגמת הולכה ללא מקור, ההספק הנכנס בקצה החם שווה להספק היוצא בקצה הקר. הסכום האלגברי של הספקי החום

היוצאים דרך כל השפות הוא אפס, אף שקיים מעבר חום דרך הגוף.

בבעיה תלויה בזמן יש לכלול אגירה. במהלך קירור הכדור, הירידה באנרגיית הגוף שווה לאנרגיה שיצאה אל הסביבה. בדיקה באמצעות תוצאות שנשמרו במרווחי זמן גדולים מוסיפה שגיאת אינטגרציה בזמן; בצעו בדיקה נוספת עם דגימה צפופה יותר.

חשמל ומטען

בהולכה חשמלית במצב מתמיד אין הצטברות מטען בנפח. בחרו את שני המגעים והעריכו את $\mathbf{J}\cdot\mathbf{n}$ תוך התחשבות בעובי מחוץ למישור. אחד הזרמים החוצה יהיה שלילי והשני חיובי, וסכומם אמור להיות קרוב לאפס. בקבל האידאלי המטענים על שני הלוחות מנוגדים ושווים בגודלם. אנרגיית השדה נותנת בדיקה נוספת דרך $W_e = CV_0^2/2$.

דיווח על הפרש במאזן

רשמו גם את ההפרש בוואט או באמפר וגם את היחס לגודל אופייני. ״שגיאה קטנה״ בלי מספר ויחידה אינה בדיקה. אם המאזן אינו מתקיים בדיוק הנדרש, בדקו תחילה גבולות שהושמטו, עובי וסימני נורמל; אחר כך בחנו רשת, נגזרות ואופן הערכת השטף.

תרגיל אבחון

הספק חימום ג׳אול המתקבל מן האינטגרל הנפחי הוא $0.25\,\mathrm{W}$, אבל VI הוא $250\,\mathrm{W}$. פער של פי אלף מצדיק בדיקה של יחידות האורך ושל העובי. לפני שינוי הגדרות הפותר יש לבדוק את ממדי הגוף ואת הגדרת האינטגרל.

7.3 רגישות התוצאות לאי־ודאות בנתוני הקלט

אחרי שהפתרון הנומרי יציב, שאלו עד כמה התשובה תלויה בקלט. תכונת חומר שנלקחה ממאגר עשויה להתאים לטמפרטורה או לכיוון שונים מאלה שבמודל. גם מקדם קבוע של מעבר חום בהסעה הוא לעיתים קירוב גס. ריבוי ספרות בתוצאה אינו מפצה על אי־ודאות בנתוני הקלט.

חישוב הרגישות לשינוי בפרמטר

בחרו פרמטר קלט p ושנו אותו מעט סביב p_0, כאשר שאר ההגדרות קבועות. קירוב לרגישות מנורמלת של תוצאה S הוא

$$\mathcal{S}_p \approx \frac{p_0}{S(p_0)}\,\frac{S(p_0+\Delta p)-S(p_0-\Delta p)}{2\Delta p}.$$

הנוסחה שימושית כאשר S ו־p_0 אינם אפס. בקרבת אפס דווחו על שינוי מוחלט. בדקו ששינוי הקלט גדול ביחס לשגיאה הנומרית וקטן דיו כדי לאמוד את הרגישות בסביבת נקודת העבודה.

תחזיות לפי פתרונות הייחוס

- בחימום ג׳אול במתח קבוע, $\Delta T_{\max} \propto \sigma V_0^2/k$. הרגישויות הן בקירוב $+1$ ל־σ, $+2$ למתח ו־-1 ל־k.
- בקירור הכדור, $\tau \propto \rho C_p r/h$. אי־ודאות של 20% ב־h יכולה להיות חשובה בהרבה מהקטנה נוספת של סבולת השגיאה לאחר שהפתרון כבר התכנס.
- בקבל האידאלי, $C \propto \varepsilon_r w d/g$. נתון גאומטרי לא מדויק יכול לשנות את הקיבול גם כשהשדה מחושב בדיוק רב.

תרגיל עם תשובה

אם המתח בפס ג׳אול גדל ב־1%, עליית הטמפרטורה גדלה בדיוק ב־2.01% במודל הקבוע, כי $1.01^2 = 1.0201$. הקירוב הליניארי נותן 2%. ההבדל מדגים מהי נגזרת מקומית ומהו שינוי סופי.

לבסוף בדקו גם הנחות מבניות: האם תנאי של טמפרטורה קבועה מתאר את המגע התרמי במערכת? האם השפעת שדות השוליים זניחה? האם h באמת אחיד? שינוי במשוואות או בתנאי שפה הוא בדיקת מודל, ויש לתעדו בנפרד משינוי פרמטר מספרי.

7.4 תיעוד המודל ותוצאות האימות

קובץ מודל שימושי רק אם אפשר להבין מאין הגיע. שמרו את הגרסה, סוג הניתוח, טבלת הפרמטרים, קבוצות הבחירה של השפות, מאפייני הרשת והפותר, והגדרה מדויקת של כל גודל פיזיקלי שנבדק. לתמונה צרפו יחידה, טווח צבעים, זמן או תדר, וערך פרמטר הסריקה.

תכולת תיק המודל

1. קובץ MPH שנפתח ללא הפניות שבורות, ותיאור השאלה וההנחות.
2. טבלת קלט עם יחידות ומקור לכל תכונת חומר.
3. נתוני תוצאות ב־CSV ותיאור הביטויים שבאמצעותם חושבו.
4. בדיקת ייחוס, מאזן, ובמידת הצורך רשת וסבולת השגיאה בחישוב התלוי בזמן.
5. משפט שמבהיר מה ניתן להסיק ומה לא נכלל במודל.

תוצאות החישובים במודלי הבסיס

המודלים הנלווים נבנו והורצו ב־COMSOL Multiphysics 6.4.0.378. להלן גדלים מריצות הבסיס, מעוגלים לרמת הדיוק השימושית להוראה:

Model	Quantity	COMSOL baseline
Steady slab	Mean temperature	333.15 K
Steady slab	Right heat output	0.20000 W
Ideal capacitor	Capacitance	0.35417 pF
Ideal capacitor	Field energy	17.708 pJ
Current loop	Axial field at origin	3.135584 mT
Joule strip, 0.1 V	Current	2.5000 A
Joule strip, 0.1 V	Peak temperature	305.65 K
Cooling sphere	Mean temperature, 600 s	294.6264 K

בחבילת הדוגמאות מתועדות חמש המעבדות, תוצאות מספריות מפורטות והבדלים מול פתרונות הייחוס. בלולאת הזרם, ההפרש מפתרון הייחוס ללולאה דקה במרחב אינסופי הוא כ־-0.191% במרכז

בלבד. בקצות החתך, $z = \pm 60\,\mathrm{mm}$, ההפרש היחסי הוא כ־6.22%, או כ־$0.00618\,\mathrm{mT}$. זו דוגמה לכך שיש לציין גם את מקום הבדיקה ואת השגיאה המוחלטת; אין להכליל דיוק של נקודה אחת על כל השדה.

חישובי הבסיס משמשים לאימות נומרי של הדוגמאות המוגדרות; הרחבות התלויות בטמפרטורה והפרויקט המסכם הם משימות לימוד, ואין לייחס להם אוטומטית אותו אימות.

הכנת קובצי המודל להפצה

לפני הפצת קובץ בדקו שאין בו נתיבים מקומיים, שמות משתמש, קובצי קלט חסרים או נתוני מחקר שאינם מיועדים לפרסום. בדוגמאות כאן משתמשים בגאומטריות פשוטות ובתכונות חומר שנבחרו לצורכי לימוד, ללא שילוב תכנים מתיקי מחקר.

7.5 בחירת מתח הפעלה לפס חימום

כעת נשתמש במודל ג׳אול כדי לענות על דרישת תכן פשוטה. הפס, החומר ותנאי השפה הם בדיוק אלה של מעבדת חימום ג׳אול. נבחר מתח הפעלה המאפשר לחמם את הפס תוך עמידה בתנאי $T_{\max} \le 323.15\,\mathrm{K}$, כלומר $50\,^{\circ}\mathrm{C}$. הקצוות מוחזקים ב־$293.15\,\mathrm{K}$. פרמטר התכן היחיד הוא המתח.

שלבי הפרויקט

1. חשבו ביד את המתח המרבי לפי המודל הקבוע. רשמו את הנוסחה לפני פתיחת הסריקה.
2. פתרו עבור 0.10, 0.13, 0.15 ו־$0.20\,\mathrm{V}$. הפיקו זרם, הספק וטמפרטורת שיא לכל מתח.
3. בחרו אחת מנקודות העבודה והראו מאזן חשמלי ותרמי. פתרו שוב ברשת עדינה יותר והשוו את עליית הטמפרטורה.
4. בדקו שתי אי־ודאויות: k עשוי להיות קטן ב־10%, ו־σ גדול ב־10%. חשבו גם את המקרה המשולב המחמיר, ולא רק כל שינוי לחוד.
5. המליצו על מתח אחד והסבירו את המרווח ביחס לתנאי הטמפרטורה ואת ההנחות שעדיין מגבילות את המסקנה.

מבנה הדוח המסכם

בעמוד הראשון הציגו את השאלה, תרשים עם ממדים ותנאי שפה, טבלת קלט ופתרון הייחוס. בעמוד השני הציגו טבלת הסריקה, קו טמפרטורה, בדיקות האימות והמלצה מנומקת. מסרו גם את הקובץ המספרי, כך שקורא אחר יוכל לשחזר את הגרף.

קריטריונים להמלצה מנומקת

יש לציין אם מתח ההפעלה עומד בדרישה, מהו המרווח מגבול הטמפרטורה בקלווין, כיצד השתנתה התוצאה בעידון הרשת ומה התקבל בתרחיש המחמיר של תכונות החומר. רשת חישוב צפופה אינה מקנה ודאות לגבי מגעים או תנאי סביבה שלא נכללו.

הרחבה אפשרית

החליפו קצה בטמפרטורה קבועה בתנאי הסעה מתאים ובדקו כיצד משתנה ההמלצה. זו כבר בעיה פיזיקלית חדשה; הפתרון הפרבולי עבור שני קצוות בטמפרטורה קבועה אינה פתרון הייחוס שלה. תעדו את השינוי ואת דרך הבדיקה החדשה.

7.6 פתרון הייחוס ובדיקת מרווח התכן

במודל הבסיס $\Delta T_{\max} = \sigma V_0^2/(8k)$. הדרישה מאפשרת עליית טמפרטורה של $30\,\mathrm{K}$, ולכן:

$$V_{0,\max} = \sqrt{\frac{8k \cdot 30\,\mathrm{K}}{\sigma}} \approx 0.15492\,\mathrm{V}.$$

זהו גבול המתח לפי ערכי הקלט הנומינליים, לפני מרווח לאי־ודאות. תחזית הסריקה היא:

V_0 [V]	I [A]	P [W]	$T_{\max}$ [K]
0.10	2.50	0.2500	305.650
0.13	3.25	0.4225	314.275
0.15	3.75	0.5625	321.275
0.20	5.00	1.0000	343.150

השפעת תרחיש הקלט המחמיר

כאשר σ גדל ב־10% ו־k קטן ב־10%, עליית הטמפרטורה גדלה פי $1.1/0.9$. לכן $0.15\,\mathrm{V}$ נותן $327.53\,\mathrm{K}$ ואינו עומד בדרישה, אף שהוא עומד בה לפי ערכי הקלט הנומינליים. המתח המרבי במקרה זה קטן לכ־$0.14013\,\mathrm{V}$.

בחירה לימודית אפשרית היא $0.13\,\mathrm{V}$: במקרה המחמיר מתקבלים כ־$318.97\,\mathrm{K}$, מרווח של כ־$4.18\,\mathrm{K}$. אין זה אישור תכן למוצר אמיתי; זהו מרווח ביחס לשתי אי־הוודאויות שהוגדרו בלבד. תוצאות הטבלה והדיון כאן הן חישוב ייחוס אנליטי שעליכם לבדוק במודל שלכם.

מחוון להערכת הפרויקט

אפשר להעריך את העבודה לפי הגדרת הבעיה והנחותיה (20 נקודות), יישום עקבי של המודל (25), תוצאות ויחידות (25), בדיקות ומרווחי תכן (20), ובהירות התיעוד ואפשרות השחזור (10). יש לבסס את המסקנות על בדיקות כמותיות לצד האיורים.

שאלה לדיון

איזו הנחה תבדקו ראשונה אם צריך להתקרב יותר לגבול הטמפרטורה? תשובה טובה מקשרת בין הרגישות, איכות נתוני החומר ותנאי המגע, ומסבירה איזה מידע חדש נדרש.

8 פתרון תקלות, מילון מושגים ומקורות

8.1 אבחון תקלות נפוצות ופתרונן

אין פתרון או שמופיעה מטריצה סינגולרית

בדקו אם הוגדר ייחוס לפוטנציאל, אם תחום כלשהו מנותק ואם חסרים תנאי שפה פיזיקליים. בבעיית חום עם מקור חום חיובי וכל השפות מבודדות אין פתרון במצב מתמיד, משום שאין אפשרות לסלק את החום שנוצר. הודעת הפותר יכולה לשקף בעיה במודל, ולא כשל בתוכנה.

חומר חסר או ביטוי לא מוגדר

פתחו את הצומת שמסומן באזהרה ובדקו את הקצאת התחומים ואת התכונה החסרה. שימו לב להבדל בין `sigma0` לבין משתנה חומר מובנה. השתמשו ב־`hconv` למקדם מעבר החום בהסעה: `h` הוא שם שמור בהקשרים מסוימים. במודל החום, `Tx` זמין גם על שפה; אופרטור `d(T,x)` אינו תחליף בטוח בכל סוג של ישות גאומטרית שנבחרה.

תוצאה גדולה או קטנה פי אלף

בדקו מילימטרים מול מטרים, עובי מחוץ למישור, יחידות של Q, והאם קיבלתם ערך ליחידת עובי. בדקו גם אם האינטגרל הוא קווי, שטחי או נפחי. השוו סדרי גודל לפני שבודקים הבדלים בספרות האחרונות. במודל בעל סימטריה צירית בדקו בנפרד אם נדרש גורם הסיבוב $2\pi r$: הוא שייך לאינטגרל נפחי של גוף סיבוב, ולא לחישוב הזרם מתוך צפיפות זרם אזימוטלית על חתך החוט.

הגרף אינו מתעדכן או מציג עקומה אחת

בדקו Dataset, שלב הניתוח, ערך הפרמטר והזמן שנבחרו. בחלון הערכים הנגזרים בחרו את כל פתרונות הסריקה אם רוצים להשוותם. לאחר שינוי הגאומטריה יש לבנות אותה ואת הרשת מחדש, ולאחר מכן לחשב פתרון חדש. שינוי טווח הצבעים משפיע על התצוגה בלבד.

חישוב התלוי בזמן אטי או אינו מתכנס

בדקו את תנאי ההתחלה, את קצב שינוי העומסים ואת סבולת השגיאה. בבעיה לא ליניארית התחילו מעירור קטן או ממודל בעל תכונות קבועות שכבר נפתר בהצלחה. עידון רשת, הידוק סבולת והוספת ממשק פיזיקלי באותו שלב מקשים על זיהוי הגורם לבעיה.

המידע הדרוש לבירור תקלה

צרפו את הודעת השגיאה המדויקת, הגרסה, הממשק, הגאומטריה הפשוטה ביותר שמשחזרת את התקלה ומה כבר בדקתם. צילום מסך בלבד אינו מספק את כל המידע הדרוש לאבחון. שמרו עותק עובד לפני כל ניסיון תיקון.

להרחבה: אופרטורי נגזרת ומגבלותיהם על שפות.

8.2 מילון מושגים

מודל ורכיב — Model / Component
המודל כולל את כלל ההגדרות והפתרונות. רכיב כולל גאומטריה, ממשקים פיזיקליים ורשת חישוב במערכת מרחבית מוגדרת.

תחום ושפה — Domain / Boundary
תחום הוא נפח במודל תלת־ממדי או שטח במודל דו־ממדי. השפה התוחמת אותו היא משטח בתלת־ממד או קו בדו־ממד.

סימטריה צירית — 2D Axisymmetric
מודל המבוסס על חתך במישור (r, z), המייצג גוף תלת־ממדי בסיבוב סביב הציר $r = 0$. השימוש בו מחייב סימטריה צירית של הגאומטריה, תכונות החומר, תנאי השפה והעירור.

פרמטר ומשתנה — Parameter / Variable
פרמטר הוא גודל קלט מוגדר במודל. משתנה עשוי להיות ביטוי התלוי במיקום, בזמן או בשדה המחושב.

קבוצת בחירה — Selection
קבוצה של תחומים, שפות, קווים או נקודות שנבחרו לצורך הקצאת חומר, הגדרת תנאי שפה, אינטגרציה או פעולה אחרת.

ממשק פיזיקלי — Physics Interface
אוסף המשוואות, תכונות החומר והתנאים המשמשים לתיאור תופעה פיזיקלית במודל.

תנאי שפה ותנאי התחלה
תנאי שפה מגדיר את התנהגות השדה על שפת התחום. תנאי התחלה מגדיר את מצב המערכת בתחילת חישוב התלוי בזמן.

רשת, אלמנט ודרגת חופש — Mesh / Element / DOF
רשת החישוב מחלקת את התחום לאלמנטים. דרגות החופש הן הנעלמים של הקירוב הנומרי; מספרן אינו זהה למספר האלמנטים.

שלב הניתוח והפותר הנומרי — Study / Solver
בשלב הניתוח מגדירים את סוג החישוב, הממשקים המשתתפים בו והגדרות נוספות. הפותר הנומרי הוא המנגנון המחשב את פתרון המשוואות.

מצב מתמיד וחישוב תלוי בזמן
פתרון במצב מתמיד (Stationary) אינו משתנה בזמן. ניתוח התלוי בזמן (Time Dependent) מתאר את התפתחות השדות מתנאי ההתחלה.

מערך נתונים וקבוצת תרשימים — Dataset / Plot Group
מערך הנתונים מפנה לפתרון שמור או מגדיר חתך לצורך עיבודו. קבוצת התרשימים קובעת כיצד תוצג התוצאה.

ערכים נגזרים וגשש — Derived Values / Probe
כלים להפקת גדלים מספריים מן הפתרון, למשל ממוצע או אינטגרל. גשש עוקב אחר גודל שנבחר במהלך החישוב או סריקת הפרמטרים.

שטף חום והספק חום
שטף חום הוא קצב מעבר החום ליחידת שטח, ביחידות $\mathrm{W/m^2}$. אינטגרל של רכיב השטף הניצב למשטח נותן הספק חום, ביחידות W.

מקדם דיאלקטרי יחסי — Relative Permittivity
הגודל חסר היחידות $\varepsilon_r = \varepsilon/\varepsilon_0$, המשווה את המקדם הדיאלקטרי של החומר לזה של הריק. במודל הקבל הוא קובע את הקשר בין השדה החשמלי להעתק החשמלי.

השדות המגנטיים B ו־H
B מציין את צפיפות השטף המגנטי, ביחידות טסלה (T); **H** מציין את עוצמת השדה המגנטי, ביחידות אמפר למטר (A/m). בחומר הליניארי והלא־מגנטי שבמודל הלולאה מתקיים $\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H}$.

התכנסות וסבולת שגיאה — Convergence / Tolerance
התכנסות נומרית מתארת התקרבות לפתרון לפי קריטריון מוגדר. בבדיקת התכנסות הרשת בוחנים את התייצבות התוצאה עם עידון הרשת. סבולת השגיאה היא פרמטר בבקרת השגיאה של הפותר.

אימות נומרי ותיקוף פיזיקלי — Verification / Validation
אימות נומרי בודק את אופן פתרון המשוואות שנבחרו. תיקוף פיזיקלי בוחן את התאמת המודל למערכת הממשית, בין השאר באמצעות השוואה למדידות.

צימוד רב־פיזיקלי — Multiphysics Coupling
קשר בין ממשקים פיזיקליים, שבו גודל המחושב בממשק אחד משתתף במשוואות של ממשק אחר. בדוגמת ג׳אול, ההספק החשמלי ליחידת נפח משמש מקור חום.

8.3 מקורות להמשך לימוד

החוברת נכתבה כהדרכה מקורית. הגאומטריות והמספרים נבחרו לצורך לימוד ובדיקה מול פתרונות פשוטים. שמות הממשקים, התכונות ועקרונות העבודה נבדקו מול התיעוד הרשמי של COMSOL 6.4, שנגיש בקישורים בעמודים הרלוונטיים. להלן נקודות פתיחה מרוכזות; תאריך בדיקת המקורות: 29 באוקטובר 2026.

1. Introduction to COMSOL Multiphysics: מדריך הפתיחה הרשמי, להעמקת ההיכרות עם רצף העבודה.
2. COMSOL Learning Center: מאמרים וקורסים לפי נושא. התחילו בממשק ובמודלים פשוטים לפני מעבר ליישומים מורכבים.
3. Finite Element Method: הסבר בסיסי על שיטת האלמנטים הסופיים ועל משמעות הקירוב.
4. מפרט המוצרים: בדיקת זמינות ממשקים ותכונות ברישיון ובמוצרים השונים.

5. Solid ו־Heat Source: חוק החום ומשמעות המקור הנפחי.
6. תנאי שפה אלקטרוסטטיים: ההבחנה בין פוטנציאל, הארקה ו־Zero Charge.
7. Magnetic Fields ו־External Current Density: משוואות השדה, מקור זרם נתון וההבחנה בינו לבין חישוב הפסדי חום. ראו גם את תנאי השפה והסימטריה הצירית.
8. Time-Dependent Solver: ההבחנה בין צעדים פנימיים לבין זמני שמירת התוצאות.
9. Analyzing Model Convergence and Accuracy: עידון רשת והשוואה לערכי ייחוס.
10. מודלים לא־ליניאריים במצב מתמיד: שינוי הדרגתי של עומסים ושל אי־ליניאריות.
11. שדה של לולאת זרם ב־OpenStax: מקור לנוסחת ביו־סבר ולפתרון הייחוס על הציר.

המלצות להמשך תרגול

בחרו דוגמה אחת מספריית היישומים המותקנת בתוכנה. קראו קודם את ההנחות ואת בדיקת הייחוס, שנו פרמטר אחד, ובדקו שוב את המאזן ואת התכנסות הרשת. תעדו כיצד השינוי משפיע על התוצאה והסבירו אותו על סמך המשוואות והנחות המודל.